ARCHIMEDIS
DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA LIBRI DVO.

A' FEDERICO COMMANDINO VRBINATE IN PRISTINVM NITOREM RESTITVTI, ET COMMENTARIIS ILLVSTRATI.

CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.

BONONIAE,

Ex Officina Alexandri Benacii.

M D LXV.

RANVTIO FARNESIO
CARDINALI AMPLISSIMO
ET OPTIMO.

QVOD tibi superioribus diebus pollicitus sum, cum libellum Ptolemæi de Analemmate in lucem proferrem, breui fore, vt Archimedis etiam libri de iis, quæ in aqua vehuntur, & emendatiores, & fortasse opera mea illustriores ederentur: mihi non committendum esse duxi, vt iure optimo malum nomen, præsertim à te, cui tantopere debeo, existimari possem. quamuis cum mecum considero suscepti negocij difficultates, quas multo plures, & multo grauiores, quàm in libello de Analemmate deprehendi; vereor ne id planè non assecutus sim, quod ab initio spectaui, vt mathematicarum disciplinarum studiosis hac in parte satisfacerem. cum enim græcus Archimedis codex nondum in lucem venerit, non solum is, qui eum latinitate donauit, multis in locis fœde lapsus est, verum etiam codex ipse, vt etiam interpres fatetur, vetustate corruptus, & mancus est; duæq; integræ ἀποδείξεις, quas demonstrationes dicimus, deperierunt. quæ iactura quantam vim habeat ad perturbandum admirabilem illum ordinem, quo inter se mathematicæ disciplinæ quodãmodo connexæ sunt,

tibi, qui iam in iis multam operam, multumq; studium posuisti, cogitandum relinquo. nonnulla præterea Archimedes vt perspicua in his tractandis ponere non dubitauit, quæ veteres mathematici, qui de conicis conscripserunt, plurimis, & firmissimis argumentis probauerũt. Hæc autem idcirco à nobis omnino ignorantur; quòd postremi quatuor libri conicorum Apollonii Pergæi adhuc in tenebris delitescunt. Qua quidem in re (vt mea fert opinio) singulari fato fuerunt mathematicæ disciplinæ, cum tot scriptorum præclara monumenta interierint, per quæ non solum in studiosos homines, uerum etiam in humanũ genus mirabiles utilitates importatæ fuissent. nam cum mecum considero quàm late pateant hæ nobilissimæ scientiæ, quãtopere rebus publicis & priuatis admirabili quadã ratione, atque ordine gubernandis necessariæ sint, dubitãdum non existimo, quin magna sit habenda gratia huius diuini boni auctoribus, & inuentoribus: ueterumq; græcorum prudentiam satis admirari non possum, qui pueros cum primum fari cœpissent, his disciplinis imbuendos curabant, ut à prima ætate multiplicis, ac subtilis scientiæ contemplationi assueti nihil paruum, aut humile cogitarent: sed uel se totos ijs artibus traderent, quarum ope ciuitatibus suis & præsidio, & ornamento esse possent: uel humanis studijs multam salutem dicentes, diuinam philosophiam toto animo amplexarentur, cum ad eam per mathematicas disciplinas fa-

ciliorem sibi aditum comparassent. quamobrem gra uissimum damnum factum est in tot præstãtissimis uiris: quorũ scripta si in manus nostras peruenissent, profecto multo præclarius cum rebus humanis ageretur. complures enim, qui nunc tot difficultatibus ab his studijs deterrentur, hac ratione priuatis & publicis rationibus optime consuluissent. Cum hæc ita essent, tamen nullum mihi laborem subterfugiendũ esse iudicaui, quo studiosis hominibus, qui in mathematicis disciplinis toto animo incumbũt, facilior pateret aditus ad abstrusa, & recondita sensa tanti scriptoris intelligenda: nec à uetere meo instituto discedere uolui; scis enim me multos abhinc annos hanc eandem prouinciam, Archimedis quàm plurima scripta illustrandi suscepisse. quod neque arrogãtia, nec inanis gloriæ spe adductus sum, ut facerẽ, sed me uehementer in hanc mentem impulit honestissima cupiditas de studiosis hominibus benemerẽdi: etenim semper mea fuit sentẽtia, mathematicum, qui libros Archimedis accuratissime non euoluerit, uix mathematicum appellari debere: cum eũ necesse sit in multarum rerum ignoratione uersari, sine quibus mathematicæ disciplinæ imperfectæ quodammodo, atque inchoatæ sunt habendæ. Dedi igitur operam, ut his etiam Archimedis libris, quoad eius fieri posset, per me aliqua lux afferretur. quos ut Archimedis esse nõ dubitarem, duæ non contemnendæ caussæ fuerunt. una quòd in tanta obscuritate ab interpretis inscitia,

& à uetustate profecta, nescio quod uestigium illius acuti, & perspicacis ingenij, quo Archimedes excelluit, impressum apparet: altera quòd tum græci, tum latini scriptores grauissimi hos ut Archimedis libros recognoscũt. Strabo enim in primo libro hæc ad uerbũ scribit. ὁ δὲ οὗτος ἠδύς ἐστιν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὤν, οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι, σφαίρας ταυτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ. ταύτην γὰρ τὴν δόξαν ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθημάτων πῶς ἁψάμενοι. & Pappus Alexandrinus in octauo mathematicarum collectionum libro hæc scripta reliquit, καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυμασιουργοὺς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς ἥρων αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις: ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. Vitruuius etiam in octauo libro de his eisdem Archimedis libris meminit. Fortasse, inquit, qui Archimedis libros legit, dicet non posse fieri ueram ex aqua librationem: sed ei placet aquam non esse libratam, sed sphæroides habere schema: & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. ut nemini dubium esse posit, quin & genere scriptionis, & tãtorum uirorum auctoritate, ut germani Archimedis libri attente legendi, & perpendendi sint: præsertim cum in ijs multa contineantur cognitione dignissima, quæ nõ tam ad mathematicas disciplinas, quàm ad naturæ obscuritatem spectant. Quamobrem ego ne tanto, & tam fructuoso thesauro diutius studiosi carerent, primum loca par-

tim interpretis errore deprauata emendaui; partim
uetuſtate corrupta & conſumpta in priſtinam inte-
gritatem redegi, compluribus, quæ deſiderabantur,
meo, ut aiunt, marte ſuppletis. Deinde quoniam Ar-
chimedes, quemadmodum ſupra dixi, non nulla po-
nit, ut perſpicua, & quæ uel ipſe, uel ſuperiores ma-
thematici ἀποδείξει confirmauerunt, coactus ſum non
ſine maximo negotio ex iis principiis conicæ diſcipli
næ Apollonii Pergæi, quæ in manus noſtras peruene-
rũt, nouas probationes adhibere, nequid eſſet, quod
diligentem lectorem in hac parte remorari poſſet. re
ſtabat, ut theorema illud, quod ſine cognitione cen-
tri grauitatis corporum ſolidorũ percipi non poteſt,
uidelicet, Centrum grauitatis in portionibus conoi-
dis rectanguli axem ita diuidere, ut pars, quæ ad uer-
ticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad baſim ſit du
pla, certiſſimis rationibus comprobarem. ſed huic
quoque rei prouiſum eſt à me: ſeorſumq; ab his li-
bris de cẽtro grauitatis ſolidorũ uberrime cõſcripſi.
denique nihil prætermiſi, quod ad Archimedem in
hac materia illuſtrandum attineret. quod ſi, ut ſpero,
aſſecutus ſum, ſatis magnum fructum mihi cepiſſe ui
debor laborum, & uigiliarum mearum: ſin ſecus acci
derit, hoc me tamen conſolabor, quòd omnes intelli
gent, honeſtiſſimo meo conſilio, non tã ingenii mei
imbecillitatem, quàm rei obſcuritatem, & temporũ
iniurias obſtitiſſe. Hoc loco ſuperuacaneum eſſe arbi
tror pluribus uerbis exponere, cur tibi ampliſſime

Cardinalis, has lucubrationes meas dicare constituerim. tantis enim beneficijs à te affectus, quanta semper & meminero, & prædicabo; tanta liberalitate cõplexus, quantam ne optare quidem unquam ausus essem. cupio memorem, & erga te gratum animũ qua ratione possum, ostendere. quãuis si de te nihil aliud præter auditum haberem, si amplitudini tuæ tantopere deuinctus non essem; tua in omni genere disciplinarum excellentia, tua grauitas, atque innocentia me magnopere hortata esset, ut te potissimum deligerem, sub cuius clarissimi nominis splendore hi Archimedis libri ab obliuione hominum, atque à silentio uindicarentur. uerecundius de te in præsentia dicerem, ne uiderer assentationi potius, quàm ueritati seruire; nisi omnibus persuasissimum esset, diuinas & inauditas uirtutes tuas cum singulari eruditione coniunctas in illo sanctissimo Reip. christianæ consilio tanquam lumen aliquod elucere. quamobrem ea, qua soles, benignitate, fidelissimi clientis tui munus accipies; quod tibi, qui & mathematicis disciplinis, & phisiologiæ studijs tantopere delectaris, non iniucundum fore confido. Vale.

Federicus Commandinus.

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

LIBER PRIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

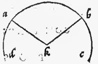
POSITIO.

PONATVR humidi eam eſſe naturam, vt partibus ipſius æqualiter iacentibus, & continuatis inter ſe ſe, minus preſſa à magis preſſa expellatur. Vnaquæque autem pars eius premitur humido ſupra ipſam exiſtente ad perpendiculum, ſi humidum ſit deſcendens in aliquo, aut ab alio aliquo preſſum.

PROPOSITIO I.

SI ſuperficies aliqua plano ſecetur per idē ſemper punctum; ſitq; ſectio circuli circunferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano ſecatur: ſphæræ ſuperficies erit.

SECETVR superficies aliqua plano per k punctum ducto: & sic sectio semper circuli circunferentia, centrum habens punctum k. Dico eam sphæræ superficiem esse. Si enim non est sphæræ superficies; rectæ lineæ, quæ à puncto k ad circunferentiam ducuntur non omnes æquales erunt. Itaque sint a b puncta in superficie; & inæquales lineæ a k k b: per ipsas autem a k k b planum ducatur, quod sectionem faciat in superficie lineam d a b c. ergo d a b c circuli circunferentia est, cuius centrum k; quoniam superficies eiusmodi ponebatur: & idcirco æquales inter se sunt a k k b, sed & inæquales; quod fieri non potest. constat igitur superficiem eam esse sphæræ superficiem.

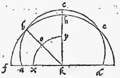


PROPOSITIO II.

OMNIS humidi consistentis, atque manentis superficies sphærica est; cuius sphæræ centrum est idem, quod centrum terræ.

INTELLIGATVR humidū consistens, manēsq; & secetur ipsius superficies plano per centrum terræ ducto. sit autem terræ centrum k: & superficiei sectio, linea a b c d. Dico lineam a b c d circuli circunferentiam esse, cuius centrum k. Si enim non est, rectæ lineæ à puncto k ad lineam a b c d ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibusdam quidem à puncto k ad ipsam a b c d ductis maior; quibusdam uero minor; & ex centro k, interualloq;

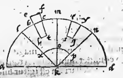
loq; lineæ sumptæ circulus describatur. cadet ergo ipsius circunferentia partim extra lineam a b c d, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibusdam quidem à puncto k ad ipsam ductis est maior; & quibusdam minor. Itaq; sit circuli descripti circunferentia f b h: & ex b ad k ducta linea, iungatur f k k h e, quæ angulos æquales faciant. describatur autem & ex centro k circunferentia quædam x o p in plano, & in humido. ergo partes humidi, quæ sunt ad circunferentiam x o p, æqualiter iacent, ac continuatæ inter sese: & premūtur quidem partes, quæ ad x o circunferentiam, humido, quod loco a b continetur: quæ uero ad circunferentiam o p premuntur humido, quod continetur b e. inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circunferentiā x o, & ad o p. quare minus pressæ à magis pressis expellentur. non ergo consistet humidum. Atqui ponebatur consistens, & manens. necessarium est igitur lineam a b c d esse circuli circunferentiam, cuius centrum k. Similiter autem demonstrabitur, & si quomodocunque aliter superficies humidi plano secta fuerit per centrum terræ; sectionem circuli circunferentiam esse: & centrum ipsius esse, quod & terræ centrum. Ex quibus constat superficiem humidi consistentis, atque manentis sphæricam esse: & eius sphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam eiusmodi est, ut secta per idem semper punctum sectionem faciat circuli circunferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipsa plano secatur. Prima huius.



PROPOSITIO III.

SOLIDARUM magnitudinum, quæ æqualẽ molem habentes æque graues ſunt, atque humidum; in humidum demiſſæ demergentur ita, vt ex humidi ſuperficie nihil extet: non tamen ad huc deorſum ferentur.

SIT magnitudo aliqua æque grauis, atque humidum: & ſi fieri poteſt, in humidum demiſſa extet ex ſuperficie ipſius: conſiſtat autem humidum, maneatq;: & intelligatur aliquod planum ductũ per cẽtrum terræ, & humidi, ac per ſolidam magnitudinem, ut ſit ſuperficiei quidem humidi ſectio a b c d; ſolidæ uero magnitudinis inſidentis e h t f; & terræ centrum k: ſitq; ſolidæ magnitudinis pars, quæ in humido eſt, b h t c; & quæ extra humidum b e f c. intelligatur etiam ſolida figura comprehenſa pyramide, baſim quidem habente parallelogrammum, quod eſt in ſuperficie humidi; uerticem autem centrum terræ: ſitq; ſectio plani, in quo eſt a b c d circunferentia, & planorum pyramidis k l, k m: & deſcribatur quædam alterius ſphæræ ſuperficies x o p circa centrũ k, in humido ſub e f h t, ut ſit ipſa x o p ſectio facta à ſuperficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, & ſimilis comprehendenti ſolidam figuram, ipſi coniuncta,



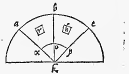
iuncta,& continuata: sitq; sectio planorũ ipsius K m K n: & in humido intelligatur quædam magnitudo r s q y ex ipso humido constans, æqualis, & similis solidæ b h t c, quæ quidem pars est solidæ magnitudinis in humido demersa. partes igitur humidi, quæ scilicet in prima pyramide superficie x o continetur, & quæ in altera continetur p o, æqualiter sunt positæ, & continuatæ; sed non similiter premuntur. nam contenta quidem x o, premitur solido e h t f, & humido interiecto inter superficies x o, l m, & plana pyramidis; contenta uero p o premitur solido r s q y, & humido inter superficies o p, m n, & pyramidis plana interiecto. minor autem est grauitas humidi, quod est inter m n, o p, quàm eius, quod inter l m, x o. solidum enim r s q y est minus solido e h t f: cum sit æquale ipsi b h t c; quia magnitudine æquale, & æque graue ponitur solidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale est. constat igitur partem contentã superficie o p, expelli ab ea, quæ ipsa x o continetur: & non consistere humidum. ponebatur autem consistens, & manens: non ergo ex superficie humidi extat aliquid solidæ magnitudinis. sed neque demersum solidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter positæ, cum solidum sit æque graue, atque humidum.

PROPOSITIO IIII.

SOLIDARVM magnitudinum, quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

SIT magnitudo solida humido leuior; & demissa in humidum demergatur tota, si fieri potest, ut nulla pars ipsius

extet ex humidi superficie. consistat autem humidum, maneatq; : & intelligatur aliquod planum ductum per centrũ terræ, per humidum, & per magnitudinem solidam: à quo superficies quidem humidi secetur secundum circunferentiam a b c; solida autem magnitudo secundum figuram, in qua r: & centrum terræ sit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens



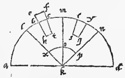
figuram r, sicuti prius, quæ pũctum K pro uertice habeat: secenturq; ipsius plana à superficie plani a b c secundum a K K b: & sumatur pyramis alia æqualis, & similis superiori, cuius plana secentur à plano a b c, secundum b K K c: deinde alterius sphæræ superficies quædam describatur in humido circa centrum K, sub solida magnitudine: & secetur ab eodem plano secundum x o p: postremo intelligatur alia magnitudo h in posteriori pyramide, quæ ex humido constet, & solidæ magnitudini r sit æqualis: partes igitur humidi, & quæ in prima pyramide continetur superficie x o; & quæ in secunda superficie o p continetur, æqualiter iacent, & continuatæ inter se se; non tamen similiter premuntur: nam quæ est in prima pyramide premitur magnitudine solida r, & humido cõtinente ipsam, quod est in loco pyramidis a b o x: quæ uero in altera pyramide premitur solida magnitudine h, & humido ipsam continente in loco pyramidis p o b c. At grauitas solidæ magnitudinis r, minor est grauitate humidi, in quo h: quoniam magnitudo solida mole quidem æqualis, & humido leuior ponitur: grauitas autem humidi continentis magnitudines r h est æqualis; cum pyramides æquales sint. magis ergo premi-

premitur pars humidi, quæ est sub superficie o p. quare expellet partem minus pressam, & non manebit humidum. ponebatur autem manens. non igitur demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

PROPOSITIO V.

SOLIDARVM magnitudinum quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum vsque cô demergetur, vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem, quam tota magnitudo, grauitatem habeat.

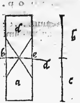
DISPONANTVR eadem, quæ supra: sitq; humidum manens: & magnitudo e h t f humido leuior. Si igitur humidum manet, similiter prementur eius partes, quæ æqualiter iacent. similiter ergo premetur humidum sub superficiebus x o o p. quare æqualis est grauitas, qua premuntur. est autem & grauitas humidi, quod in prima pyramide absque solido b h t c, æqualis grauitati humidi, quod in altera pyramide absq; r s q y humido. perspicuum est igitur grauitatem magnitudinis e h t f grauitati humidi r s q y æqualem esse. ex quibus constat, tantam humidi molem, quanta est pars demersæ solidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere grauitatem.



PROPOSITIO VI.

SOLIDAE magnitudines humido leuiores, in humidum impulsæ sursum feruntur tanta ui, quãto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius est ipsa magnitudine.

SIT enim magnitudo a leuior humido: & sit magnitudinis quidem a grauitas b: humidi uero molem habentis æqualem ipsi a, grauitas sit b c. demonstrandum est magnitudinem a in humidum impulsam tanta ui sursum ferri, quanta est grauitas c. accipiatur enim quædam magnitudo, in qua d habens grauitatem ipsi c æqualem. Itaque magnitudo ex utrisque magnitudinibus constans, in quibus a d, leuior est humido: nam magnitudinis quidem quæ ex utrisque constat grauitas est b c; humidi uero habentis molem ipsis æqualem grauitas maior est, quàm b c: quoniam b c grauitas est humidi molẽ habentis æqualem ipsia. Si ergo demittatur in humidũ magnitudo ex utrisque a d constans; usque eò demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est pars magnitudinis demersa eãdem, quam tota magnitudo grauitatem habeat. hoc enim iam demonstratum est. sit autẽ superficies humidi alicuius a b c d circunferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta est magnitudo a grauitatem habet eandem, quam magnitudines a d: perspicuum est partem ipsius demersam esse magnitudinem a; reliquam uero d totam ex humidi

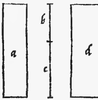


midi superficie extare.* Quare constat magnitudinem a tanta ui sursum ferri, quãta deorsum premitur ab eo, quod est supra; uidelicet à d, cũ neutra ab altera expellatur, sed d fertur deorsum tanta grauitate, quanta est c: ponebatur enim grauitas eius, in quo d ipsi c æqualis. patet igitur illud quod demonstrare oportebat.

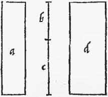
PROPOSITIO VII.

SOLIDAE magnitudines humido grauiores demissæ in humidum ferentur deorsum, donec descendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta est grauitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

SOLIDAS magnitudines humido grauiores, in humidum demissas deorsum quidam ferri, donec descẽdant, manifestum est: partes enim humidi, quæ sub eis sunt, premuntur magis, quàm partes æqualiter ipsis adiacentes; quoniam magnitudo solida humido grauior ponitur: leuiores autem esse uti dictum est, demonstrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo a grauior humido: & sit magnitudinis quidem a grauitas b c: humidi uero molẽ habentis æqualem ipsi a grauitas sit b. demonstrandum est magnitudinem a in humido existẽtem habere grauitatem æqualem ipsi c. Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua d, leuior humido;



cuius grauitas sit ipsi b æqualis: humidi uero molem habentis æqualem magnitudini d, sit grauitas æqualis b c. Itaque compositis magnitudinibus a d, magnitudo ex utrisque constans æque grauis erit, atque ipsum humidū: grauitas enim utrarūque magnitudinum est æqualis utrisque grauitatibus, uidelicet b c, & b: grauitas autem humidi habentis molem æqualem utrisque magnitudinibus, est eisdem grauitatibus æqualis. Demissis igitur magnitudinibus, & in humidum proiectis æque graues erunt, atque humidum: neque sursum, neque deorsum ferentur: quoniam magnitudo quidem a grauior humido feretur deorsum; & eadem ui à magnitudine d sursum retrahetur: magnitudo autem d humido leuior feretur sursum tanta ui, quanta est grauitas c:



6. huius. demōstratū enim est magnitudines solidas humido leuiores, impulsas in humidum tanta ui retrahi sursum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem grauius est ipsa magnitudine. At humidum molem habens æqualem d, grauius est, quam d, ipsa c grauitate. Constat igitur magnitudinem a deorsum ferri tanta grauitate, quanta est c. quod demonstrare oportebat.

POSITIO II.

PONATVR eorum, quæ in humido sursum feruntur, vnumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipsorum ducitur.

COM-

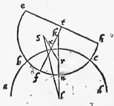
COMMENTARIVS.

At uero ea, quæ feruntur deorſum, ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur, ſimiliter ferri, uel tanquam notum, uel ut ab alijs poſitum prætermiſit.

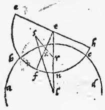
PROPOSITIO VIII.

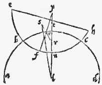
Si aliqua magnitudo ſolida leuior humido, A quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humidum demittatur, ita vt baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita vt axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, vt baſis portionis humidum cõtingat; non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur. B

[INTELLIGATVR quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: & ducatur planum per axẽ portionis, & per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circũferentia a b c d: & figuræ ſectio e f h circunferentia: ſit autem e h recta linea; & f t axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis f t non ſit ſecundum perpendicularem. demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui. Itaque centrum ſphæræ eſt Suppleta a Federico Côm.



in linea f t. nam sit primum figura maior dimidia sphæræ: sitq; in dimidia sphæra sphæræ centrum t; in minori portione sit centrum p; & in maiori k: per k uero, & terræ centrum l ducatur k l secans circunferentiam e f h in puncto n. Quoniam igitur unaquæque sphæræ portio axem
C habet in linea, quæ à cētro sphæræ ad eius basim perpendicularis ducitur: habetq; in axe grauitatis centrum: portionis in humido demersæ, quæ ex duabus sphæræ portionibus constat, axis erit in perpendiculari per k ducta. & idcirco centrum grauitatis ipsius erit in linea n k,
D quod sit r. sed totius portionis grauitatis centrum est in li
E nea f t inter k, & f, quod sit x. reliquæ ergo figuræ, quæ est extra humidum, centrum erit in linea r x producta ad partes x; & assumpta ex ea, linea quadam, quæ ad r x eandem proportionem habeat, quam grauitas portionis in humido demersæ habet ad grauitatem figuræ, quæ est extra humidum. Sit autem s centrum dictæ figuræ: & per s duca-
F tur perpendicularis l s. Feretur ergo grauitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido, sursum per rectam r l. quare non manebit figura: sed partes eius, quæ sunt ad e, deorsum; & quæ ad h sursum ferētur: idq; cōtinenter fiet, quoad f t sit secundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonstrabitur.]





COMMENTARIVS.

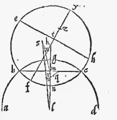
Hvivs propositionis demonstratio iniuria temporum desideratur, quam nos ita restituimus, ut ex figuris, quæ remanserunt Archimedem scripsisse colligi potuit: neque enim eas immutare uisum est, quæ uero ad declarationem, explicationemque addenda fuerant, in commentarijs suppleuimus, id quod etiam præstitimus in secunda propositione secundi libri.

SI aliqua magnitudo solida leuior humido.] *Ea uerba, leuior humido, nos addidimus, quæ in translatione non erant; quoniam de eiusmodi magnitudinibus in hac propositione agitur.* A

In humidū demittatur, ita ut basis portionis nō tangat humidum.] *Hoc est in humidum ita demittatur, ut basis sursum spectet; uertex autem deorsum. quod quidem opponitur ei, quod in sequenti dixit.* In humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido. *His enim uerbis significat portionem opposito modo in humidum demitti, ut scilicet uertex sursum; basis autem deorsum uergat. eodem dicendi modo frequenter usus est in secundo libro; in quo de portionibus conoidis rectanguli tractatur.* B

Quoniā igitur unaquæq; sphæræ portio axē habet in linea, quæ à cētro sphæræ ad eius basim perpēdicularis ducitur.] *Iungatur enim b c, & k l secet circumferentiam a b c d in puncto g; lineam uero rectam b c in m. & quoniam duo circuli a b c d, e f b secant se se in punctis b c; recta linea, quæ ipsorum centra coniungit, uidelicet k l lineam b c bifariam, & ad angulos rectos secat: ut in commentarijs in Ptolemæi planisphærium ostendimus. quare portionis circuli b n c diameter est m n; & portionis b g c diameter m g: nam rectæ lineæ, quæ ipsi b c æquidistantes ex utraque parte ducuntur, cum linea n g rectos angulos faciunt; & idcirco ab ipsa bifariam secantur. portionis igitur sphæræ b n c axis est n m; & portionis b g c axis m g. ex quo sequitur, portionis in humido demersæ axem esse in linea k l; ipsam scilicet n g. & cum grauitatis centrum cuiuslibet sphæræ portionis sit in axe; quod nos in libro* C 29. primi 3. tertii.

de centro grauitatis solidorum demonstrauimus: erit magnitudinis ex utrisque portionibus b n c, b g c constantis; hoc est portionis in humido demersæ grauitatis centrum in linea n g, quæ ipsarum sphæræ portionum centra grauitatis coniungit. si enim fieri potest, sit extra lineam n g, ut in q: sitq; portionis b n c centrum grauitatis u; & ducatur u q. Quoniam igitur à portione in humido demersa aufertur sphæræ portio b n c, non habens idem centrum grauitatis: erit ex octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum, reliquæ portionis b g c centrum in linea u q



producta. quod fieri non potest; est enim in axe ipsius m g. sequitur ergo ut portionis in humido demersæ centrum grauitatis sit in linea n k. quod ostendendum proposuimus.

D Sed totius portionis grauitatis centrum est in linea ft, inter k, & f, quod sit x.] *Compleatur sphæra, ut sit portionis additæ axis t y; & centrũ grauitatis z. Itaque quoniã à tota sphæra, cuius grauitatis cẽtrum est k, ut etiam in eodem libro demõstrauimus, aufertur portio e y h centrũ grauitatis habens z: erit reliquæ portionis e f h cẽtrũ in linea z k producta. quare inter k & f necessario cadet.*

8. primi Archimedis.

E Reliquæ ergo figuræ, quæ est extra humidum, centrum erit in linea r x producta.] *Ex eadem octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum.*

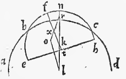
F Feretur ergo grauitas, figuræ quidem quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido sursum per rectam r l.] *Ex antecedenti positione. magnitudo enim, quæ in humido demersa est, tanta ui per lineam r l sursum fertur, quanta quæ extra humidum per lineam s l, deorsum: id quod ex propositione sexta huius libri constare potest. & quoniam feruntur per alias, atque alias lineas;*

neas; neutra alteri obsistit, quo minus moueatur; idq; continenter fiat, dum portio in rectum fuerit constituta: tunc enim utrarumque magnitudinum grauitatis centra in unam, eandemq; perpendicularum conuenient, uidelicet in axem portionis: & quanto conatu, impetúue ea, quæ in humido est sursum, tanto quæ extra humidum deorsum per eandem lineam contendit. quare cum altera alteram non superet, non amplius mouebitur portio; sed consistet, manebitq; in eodem semper situ; nisi forte aliqua caussa extrinsecus accesserit.

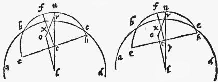
PROPOSITIO IX.

QVÒD si figura humido leuior in humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido; insidebit recta, ita ut axis ipsius secundum perpendicularem constituatur.

INTELLIGATVR enim magnitudo aliqua, qualis dicta est, in humidum demissa: & intelligatur planum per axem portionis, & per centrum terræ ductum. sitq; superficiei quidem humidi sectio a b c d circunferentia; figuræ autem sectio circunferentia e f h: & sit e h recta linea: & axis portionis f t. Si igitur fieri potest, non sit f t secundum perpendicularem. Demonstrandum est non manere figuram; sed in rectum restitui. est autem centrum sphæræ in linea f t: rursus enim sit figura primo maior dimidia sphæra: & sphæræ centrũ in dimidia sphæra sit punctum t, in minore portione p; in maiori uero sit k: & per k, & terræ centrum l ducatur k l. Itaque figura quæ est



extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k: & propter ea, quæ superius dicta sunt, centrum grauitatis ipsius est in linea n k, quod sit r; totius autem portionis centrum grauitatis est in linea f t, inter k & f, quod sit x. reliquæ ergo figuræ, eius scilicet, quæ est in humido, centrum erit in recta linea r x producta ad partes x; & assumpta ex ea linea quadam, quæ ad x r eandem habeat proportionem, quam grauitas portionis, quæ est extra humidum, ad grauitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem o centrum dictæ figuræ: & per o perpendicularis ducatur l o. Feretur ergo grauitas portionis quidem, quæ est extra humidum, per rectam r l deorsum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam o l sursum. non manet igitur figura; sed partes eius, quæ sunt ad h, deorsum ferētur; & quæ ad e sursum. atque hoc semper erit, donec f t secundum perpendicularem fiat.

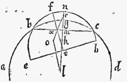


COMMENTARIVS.

A ITAQVE figura, quæ est extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k.]

Dvcatvr enim b c, quæ secet lineam n k in m: ipsa uero n k circumferentiam a b c d secet in g. eodem modo, quo supra, demonstra

monstrabimus portionis sphæræ b n c axem esse ipsam n m: & portionis b g c axem g m. quare centrum grauitatis utriusque, erit in linea n m. & quoniam à portione b n c aufertur portio b g c, non habens idem grauitatis centrú: reliquæ magnitudinis, quæ est extra humidi superficiem, centrum grauitatis erit in linea



n k; quæ scilicet earum portionum centra grauitatis coniungit: ex eadem octaua Archimedis.

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

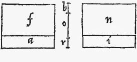
LIBER SECVNDVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quã pars magnitudinis demersa habet ad totam magnitudinem.

DEMITTATVR enim in humidum aliqua magnitudo solida, quæ sit fa, leuior humido: & pars quidem ipsius demersa sit a; quæ autem extra humidum f. demonstrandum est, magnitudinem f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habere, quam habet a ad f a.



accipiatur enim aliqua humidi magnitudo n i æqualis

æqualis magnitudini f a; sitq; ipsi f æqualis n: & ipsi a æqualis i. magnitudinis autem f a grauitas sit b: & magnitudinis n i grauitas o r; & ipsius i sit r. magnitudo igitur f a ad n i eam proportionem habet, quam grauitas b ad grauitatem o r. Sed quoniam magnitudo f a in humidum demissa leuior est humido; patet tantam humidi molem, quanta est pars magnitudinis demersa, eandem quam magnitudo f a habere grauitatem. hoc enim superius demonstratum est. At ipsi a respondet humidum i, cuius quidem grauitas est r; & ipsius f a grauitas b. ergo b grauitas eius, quod habet molem æqualem toti magnitudini f a, æqualis erit grauitati humidi i, uidelicet ipsi r. Et quoniam ut magnitudo f a ad humidum n i sibi respondens, ita est b ad o r: est autem b æqualis ipsi r: & ut r ad o r, ita i ad n i; & a ad f a. Sequitur ut f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habeat, quam magnitudo a habet ad f a. quod demonstrare oportebat.

5. primi huius.

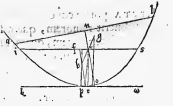
11. quinti

PROPOSITIO II.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quam sesquialterum eius, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; & posita inclinata, non manebit inclinata; sed recta restituetur. Rectam dico consistere talem portionem, quando planum quod ipsam secuit, superficiei humidi fuerit æquidistans. A

SIT portio rectanguli conoidis, qualis dicta est; & ia-

ceat inclinata. Demonstrandum est non manere ipsam; sed rectam restitui. Itaque secta ipsa plano per axem, recto ad planum, quod est in superficie humidi, portionis sectio sit a p o l rectanguli coni sectio: axis portionis, & sectionis diameter n o: superficiei autem humidi sectio sit i s. Si igitur portio non est recta; non utique erit a l ipsi i s æquidistans. quare n o cum i s non faciet angulos rectos.
Suppleta a Federico Cōm. ducatur ergo k ω contingens sectionem coni in p [quæ ipsi i s æquidistet: & à puncto p ad i s ducatur p f æquidistans ipsi o n, quæ erit sectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demersæ. sumantur deinde centra grauitatum: sitq; solidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrū
B
C
D r; ipsius uero i p o s centrum sit b: & iuncta b r producatur ad g, quod sit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a. Quoniam igitur n o ipsius quidem r o sesquialtera est;
E eius autē, quæ usque ad axē minor, quam sesquialtera; erit
F r o minor, quàm quæ usque ad axem. Quare angulus r p ω acutus erit: cum enim linea, quæ usque ad axem maior sit ipsa r o; quæ à puncto r ad k ω perpendicularis ducitur, uidelicet r t, cū linea f p extra sectionem conueniet: & propterea inter p & ω puncta cadat necesse est. Ita; si per b g ducantur lineæ ipsi r t æquidistantes; angulos rectos cum



G superficie humidi continebunt; & quod in humido est sursum feretur secundum perpendicularem, quæ per b ducta est, ipsi r t æquidistans; quod uero est extra humidum secundum

cundum eam, quæ per g, deorsum feretur; & non ita mane bit solidum a p o l: nam quod est ad a feretur sursum; & quod ad b deorsum, donec n o secundum perpendicularem constituatur.]

COMMENTARIVS.

Desideratvr propositionis huius demonstratio, quam nos etiam ad Archimedis figuram apposite restituimus, commentarijsque illustrauimus.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axẽ] *In translatione mendose legebatur. maiorem quàm sesquialterum: & ita legebatur in sequenti propositione. est autem recta portio conoidis, quæ plano ad axem recto abscinditur: eámque rectam tunc consistere dicimus, quando planum abscindens, uidelicet basis planum, superficiei humidi æquidistans fuerit.* A

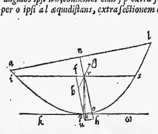
Quæ erit sectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demersæ] *ex 46 primi conicorum Apollonij: uel ex corollario 51 eiusdem.* B

Sitque solidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrum r, ipsius uero i p o s centrum sit b.] *Portionis enim conoidis rectanguli centrum grauitatis est in axe, quem ita diuidit, ut pars eius, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad basim, sit dupla: quod nos in libro de centro grauitatis solidorum propositione 29 demonstrauimus. Cum igitur portionis a p o l centrum grauitatis sit r, erit o r dupla r n: & propterea n o ipsius o r sesquialtera. Eadem ratione b centrum grauitatis portionis i p o s est in axe p f, ita ut p b dupla sit b f.* C

Et iuncta b r producatur ad g, quod sit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a] *Si enim linea b r in g producta, habeat g r ad r b proportionem eam, quam conoidis portio i p o s ad reliquam figuram, quæ ex humidi superficie extat: erit punctum g ipsius grauitatis centrum, ex octaua Archimedis.* D

E Erit ro minor, quàm, quæ usque ad axem] *Ex decima propositione quinti libri elementorum. Linea, quæ usque ad axem apud Archimedem, est dimidia eius, iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur; ut ex quarta propositione libri de conoidibus, & sphæroidibus apparet. cur uero ita appellata sit, nos in commentarijs in eam editis tradidimus.*

F Quare angulus r p ω acutus erit] *producatur linea n o ad h, ut sit r h æqualis ei, quæ usque ad axem. si igitur à puncto h ducatur linea ad rectos angulos ipsi n h, conueniet cum f p extra sectionem: ducta enim per o ipsi a l æquidistans, extra sectionem cadit ex decima septima primi libri conicorum. Itaque conueniat in u. & quoniam f p est æquidistans diametro; h u uero ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ usq; ad axẽ, linea à puncto r ad u ducta angulos rectos faciet cum ea, quæ sectionem in puncto p contingit, hoc est cum k ω, ut mox demonstrabitur. quare perpendicularis r t inter p & ω cadet; eritque r p ω angulus acutus.*

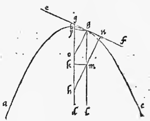


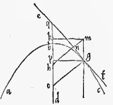
Sit rectanguli coni sectio, seu parabole a b c, cuius diameter b d: atque ipsam contingat linea e f in puncto g: sumatur autem in diametro b d linea b k æqualis ei, quæ usque ad axem: & per g ducta g l, diametro æquidistante, à puncto k ad rectos angulos ipsi b d ducatur k m, secans g l in m. Dico lineam ab h ad

m pro

m productam perpendicularem esse ad ipsam e f, quam quidem secet in n.

DVCATVR *enim à puncto g linea g o ad rectos angulos ipsi e f, diametrum in o secans: & rursus ab eodem puncto ducatur g p ad diametrum perpendicularis: secet autem ipsa diameter producta lineã e f in q. erit p b ipsi b q æqualis, ex trigesimaquinta primi conicorum: & g p proportionalis īter q p, p o* cor. 8. sexti.
quare quadratū g p rectangulo o p. q æquale 17. sexti.
erit: sed etiã æquale est rectangulo cõtento ipsa p b, & linea, iuxta quã possunt, quæ à sectione ad diametrũ ordinatim ducuntur, ex undecima primi conicorum. ergo 14. sexti.
quæ est proportio q p ad p b eadem est lineæ, iuxta quã possunt, quæ à sectione ducũtur ad ipsam p o: est autem q p dupla p b: cũ sint p b, b q æquales, ut dictum est. Linea igitur iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur ipsius p o dupla erit: & propterea p o æqualis ei, quæ usque ad axem,





uidelicet ipsi k h: sed est p g æqualis k m; & angulus o p g angulo h k m; quòd uterque rectus. quare & o g ipsi h m est æqualis: & angulus p o g angulo k h m. æquidistantes igitur sunt o g, h m: 32. primi 4. primi. 28

29, primi *angulus h n f æqualis angulo o g f: quòd cum ſit g o perpendicularis ad e f, & h n ad eandem perpendicularis erit. quod demonſtrare oportebat.*

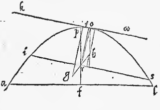
G Et quod in humido eſt ſurſum ſeretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt ipſi r t æquidiſtans.] *Cur hoc quidem ſurſum, illud uero deorſum per lineam perpendicularem feratur, diximus ſupra in octauam primi libri huius. quare neque in hac, neque in alijs, quæ ſequuntur, eadem iterare neceſſarium exiſtimauimus.*

PROPOSITIO III.

RECTA portio conoidis rectanguli quando axem habuerit minorem, quam ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitq; ipſius baſis in humido: & ſecta ipſa plano per axẽ, recto ad ſuperficiẽ humidi, ſit ſectio a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Quòd ſi inclinata iaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. ergo p f cum i s angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædã k ω æquidiſtans ipſi i s; contingensq; ſectionẽ a p o l in o: & ſolidæ quidẽ magnitudinis a p o l ſit r grauitatis centrum: ipſius autem i p o s centrum ſit b: iun-

b: iunctaq; b r producatur: & sit g centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a. similiter demonstrabitur angulum r o k acutũ esse: & perpendiculare ab r ad k ω ductam cadere inter k & o; quæ sit r t. si autem à punctis g b ducantur ipsi r t æquidistantes; pars quidem solidæ magnitudinis,



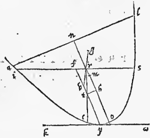
quæ in humido est, sursum feretur secundum perpendicularem per g ductam: quæ autem extra humidum secundũ perpendicularem per b deorsum feretur: & non manebit solidum a p o l sic habens in humido: sed quod quidem est ad a feretur sursum: quod autem ad l deorsum, donec p f fiat secundum perpendicularem.

PROPOSITIO IIII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorẽ, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem: si in grauitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quàm quadratũ, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axẽ, habet ad quadratum, quod ab axe; demissa in humidum, ita

ut basis ipsius humidum non contingat; & posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur.

SIT portio conoidis rectanguli, qualis dicta est: & demissa in humidum, si fieri potest, non sit recta; sed inclinata: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, portionis quidem sectio sit rectanguli coni sectio a p o l, axis portionis, & sectionis diameter n o; & superficiei humidi sectio sit i s. si igitur portio non est recta, nō faciet n o cum i s angulos æquales. Ducatur k ω contingens rectanguli coni sectionem in p; æquidistansq; ipsi i s: & à puncto p ipsi o n æquidistans ducatur p f. Itaque sumantur centra grauitatum: & solidi quidem a p o l centrum sit r; eius autem, quod intra humidum, centrum b: iunctaq; b r producatur ad g, ut g sit centrū grauitatis solidi, quod extra humidum. Quoniam igitur n o ipsius quidem r o sesquialtera ē; eius autē, quæ usque ad axē maior, quàm sesquialtera: patet r o maiorē esse, quàm quæ



10.quinti

A usq; ad axē. Sit ei, quæ usque ad axē

B æqualis r h: & o h dupla ipsius h m. quòd cū n o ipsius r o

10.quinti sesquialtera sit; itemq; m o ipsius o h: & reliqua n m reliquæ r h sesquialtera erit. ergo axis tanto maior est, quàm sesqui-

ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea m o. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in grauitate proportionem habere, quàm quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. quare conſtat portionem ad humidum in grauitate non minorem proportionem habere, quàm quadratum li neæ m o ad quadratum ipſius n o. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim ſupra demonſtratum eſt: & quam proportionem habet de merſa portio ad totam, eam quadratum p f habet ad n o quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, & ſphæroidibus, ſi à rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, quàm quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. non minorem ergo proportionẽ habet quadratum p f ad quadratũ n o, quàm quadratum m o ad idem n o quadratum. quare p f non eſt minor ipſa m o; nec b p item minor h o. Si igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n o, coibit cum b p, atque inter b, & p cadet. coeat in t. & quoniam p f quidem æquidiſtans eſt diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab r ad t & producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto p contingente. quare & cum i s, & cum humidi ſuperficie, quæ per i s tranſit. Itaque ſi per b g puncta lineæ ipſi r t æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: & quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per b ducta fuerit ipſi r t æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per g deorſum feretur. atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.

C
D
E
F
G
H

A Sit ei, quæ usque ad axem æqualis r h.] *Ita legendum est, non r m, ut translatio habet, quod ex ijs, quæ sequuntur, manifeste constare potest.*

B Et o h dupla ipsius h m.] *In translatione mendose legebatur, o n dupla ipsius r m.*

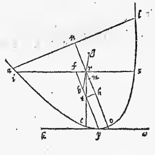
C Hoc enim supra demonstratum est.] *In prima huius.*

D Et quam proportionem habet demersa portio ad totã, eam quadratum p f habet ad n o, quadratum.] *Hoc loco in translatione non nulla desiderabantur, quæ nos restituimus. Illud autem ab Archimede demonstratum est in libro de conoidibus & sphæroidibus propositione 26.*

E Quare p f non est minor ipsa m o.] *Nam ex decima quinti sequitur, quadratum p f non esse minus quadrato m o. quare neque linea p f minor erit linea m o ex 22 sexti.*

F Nec b p item minor h o.] *Est enim ut p f ad p b, ita m o ad h o: & permutando, ut p f ad m o, ita b p, ad h o. sed p f non* 14. quinti *est minor m o, ut ostensum est. ergo neque b p ipsa h o minor erit.*

G Si igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p, atque inter b & p cadet.] *Corruptus erat hic locus in translatione. Illud uero ita demonstrabitur. Quoniam p f non est minor o m, nec p b ipsa h o; si ponatur p f æqualis o m, & p b, ipsi h o æqualis erit.*



quare

quare per o ducta ipsi a l æquidistans cadet extra sectionem ex 17. primi conicorum: & cum b p producta coibit infra p. ergo & perpendicularis ducta per h cum eadem infra b coibit, atque inter b & p necessario cadet. multo autem magis illud idem sequetur, si ponamus p f ipsa o m maiorem esse.

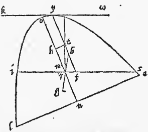
Et quoniam p f quidem æquidistans est diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ usque ad axem, ducta linea ab r ad e, & producta angulos rectos facere cum linea sectionem in p contingente.] H
Hoc superius à nobis demonstratum est in secundam huius.

PROPOSITIO V.

Recta portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; si ad humidum in grauitate non maiorem proportionē habeat, quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; & posita inclinata non manebit inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

Demittatvr enim in humidum portio aliqua, qualis dicta est: & sit basis ipsius tota in humido. Secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, erit sectio rectanguli coni sectio, quæ sit a p o l: axis portionis,

& sectionis diameter n o: superficiei autem humidi sectio sit i s. Quoniam igitur axis non est secundum perpendicularem; ipsa n o cum i s non faciet angulos æquales. Ducatur k ω contingens sectionem a p o l in p; atque ipsi i s æquidistans: per p autem ducatur p f æquidistās ipsi n o: & sumantur grauitatum centra: sitq; ipsius a p o l solidi centrum r; eius quod extra humidum sit b: & iuncta b r producatur ad g, quod sit centrum grauitatis solidi ī humido demersi: sumatur præterea r h æqualis ei, quæ usque ad axē: o h autem dupla ipsius h m; & alia fiāt, sicuti superius dictum est. Itaque cum portio ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habere ponatur, quā



excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: & quam proportionem in grauitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demersa ad totam portionem, quod demonstratum est in prima propositione:
11.quinti. magnitudo demersa non maiorem proportionem habebit ad totam portionem, quàm sit dicta illa proportio. quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quàm quadratum
A
B n o ad quadratum m o. habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum

dratum n o ad quadratum p f. quadratum igitur n o ad quadratum p f non maiorem proportionem habet, quàm ad quadratum m o. ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h. quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p inter p & b. coeat in t. & quoniam in rectanguli coni sectione p f est æquidistans diametro n o; h t autem ad diametrum perpendicularis: & r h æqualis ei, quæ usque ad axem: constat r t productam facere angulos rectos cum ipsa k p ω. quare & cum i s. ergo r t perpendicularis est ad superficiem humidi. et si per b g puncta ducantur æquidistantes ipsi r t, ad superficiem humidi perpendiculares erunt. portio igitur, quæ est extra humidum, deorsum in humidum feretur secundum perpendicularem per b ductam; quæ uero intra humidum secundum perpendicularem per g sursum feretur: & non manebit solida portio a p o l, sed intra humidum mouebitur, donec utique ipsa n o secundum perpendicularem fiat. C D

COMMENTARIVS.

Quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam, quæ est extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o] *Cum enim magnitudo portionis in humidum demersa ad totam portionem non maiorem proportionem habeat, quàm excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: conuertendo per uigesimasextam quinti elementorum ex traditione Campani, tota portio ad magnitudinem demersam non minorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad excessum, quo ipsum quadratum n o excedit quadratum m o. Intelligatur portio, quæ extra humidum, magnitudo prima: quæ in humido demersa est, secunda: tertia autem magnitudo sit quadratum m o: & excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o sit quarta. ex his igitur magnitudinibus, primæ & secundæ ad secun-* A

dam non minor est proportio, quàm tertiæ & quartæ ad quartam; est enim quadratum m o unà cum excessu, quo quadratum n o excedit quadratum m o æquale ipsi n o quadrato. quare per conuersionem rationis ex 30 eiusdem, primæ & secundæ ad primam non maior proportio erit, quàm tertiæ & quartæ ad tertiam: & idcirco tota portio ad portionem eam, quæ est extra humidum non maiorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad quadratum m o. quod demonstrandum proponebatur.

B Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum n o ad quadratum p f.] *Ex uigesimasexta libri de conoidibus, & sphæroidibus.*

C Ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h.] *Sequitur illud ex decima & decimaquarta quinti, & ex uigesimasecunda sexti elementorum, ut superius dictum est.*

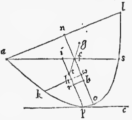
D Quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o coibit cum p b inter p & b.] *Cur hoc ita contingat, nos proxime explicauimus.*

PROPOSITIO VI.

Recta portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem, minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demissa adeo, ut basis ipsius contingat humidum, nunquam consistet inclinata ita, ut basis in uno puncto humidum contingat.

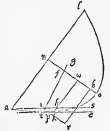
Sit

SIT portio, qualis dicta est, & in humidum demittatur, sicuti diximus, adeo ut basis eius in uno puncto contingat humidum. demonstrandum est non manere ipsam portionem, sed reuolui ita, ut basis nullo modo humidi superficiẽ A
contingat. Secta enim ipsa per axem, plano ad superficiem humidi recto, sit sectio superficiei portionis a p o l rectãguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit a s: axis autem portionis, ac sectionis diameter n o: & secetur in f quidẽ ita, ut o f sit dupla ipsius f n; in ω uero, ut n o ad f ω eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: & ipsi



n o ad rectos angulos ducatur ω k. Itaque quoniam n o B
ad f ω maiorem habet proportionem, quàm ad eam, quæ usque ad axem; sit ei, quæ usque ad axem æqualis f b: & ducatur p c quidem ipsi a s æquidistans, cõtingensq; sectionem a p o l in p; p i uero æquidistans ipsi n o: & primum secet p i ipsam k ω in h. Quoniã ergo in portione a p o l, C
quæ continetur recta linea, & rectanguli coni sectione, k ω quidem æquidistans est ipsi a l; p i uero diametro æquidistat: secaturq; ab ipsa k ω in h: & a s æquidistat contingenti in p: necessarium est ipsam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem: hoc enim iam demonstratum est. At uero n ω sesquialtera est ipsius ω o. & p i igitur uel sesquialtera est ipsius h p; uel maior, quàm sesquialtera. Quare p h ipsius h i aut du D

pla est, aut minor, quàm dupla. Sit autem p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod est in humido, punctum t. Itaque iuncta t f producatur; sitq; eius, quod extra humidum grauitatis centrum g: & à puncto b ad rectos angulos ipsi n o ducatur b r. Quòd cum p i quidem sit æquidistans diametro n o: b r autem ad diametrum perpendicularis. & f b æqualis ei, quæ usque ad axem: perspicuum est f r productam æquales facere angulos cum ea, quæ sectionem a p o l in puncto p contingit. quare & cum a s: & cum superficie humidi. lineæ autem ductæ per t g æquidistantes ipsi f r, erunt & ad humidi superficiẽ perpendiculares: & solidi a p o l magnitudo, quæ ẽ intra humidum sursum feretur secundum perpendicularem per t ductam; quæ uero extra humidum secundum eam, quæ per g



E deorsum fertur. reuoluetur ergo solidum a p o l: & basis ipsius nullo modo humidi superficiem continget. At si p i lineam k ω non secet, ut in secunda figura; manifestum est punctum t, quod est centrum grauitatis demersæ portionis, cadere inter p & i; & reliqua similiter demonstrabuntur.

COMMENTARIVS.

A Demonstrandum est non manere ipsam portionem, sed reuolui ita, ut basis nullo modo superficiem humidi contingat.] *Hæc nos addidimus tanquam ab interprete omissa.*

Itaque

Itaque quoniam n o ad f ω maiorem habet proportionem, quam ad eam, quæ usque ad axem.] *Habet enim diameter portionis n o ad f ω proportionem eandem, quam quindecim ad quatuor; ad eam uero, quæ usque ad axem minorem proportionem habere ponitur, quàm quindecim ad quatuor. quare n o ad f ω maiorem habebit proportionem, quàm ad eam, quæ usque ad axem: & propterea quæ usque ad axem ipsa f ω maior erit.* B

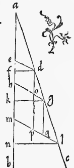
10. quinti

Quoniam ergo in portione a p o l, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni sectione, k ω quidem æquidistans est ipsi a l; p i uero diametro æquidistat; secaturq; ab ipsa k ω in h: & a c æquidistat contingenti in p: necessarium est ipsam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem. hoc enim iam demonstratum est] *Vbi hoc demonstratum sit uel ab ipso Archimede, uel ab alio, nondum apparet, quocirca nos demonstrationem afferemus, postea quam non nulla, quæ ad eam pertinent explicauerimus.*

LEMMA I.

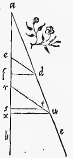
Sint lineæ a b, a c angulum b a c continentes: & à puncto d, quod in linea a c sumptum sit, ducantur d e, d f utcunque ad ipsam a b. Sumptis uero in eadem linea quotlibet punctis g l, ducantur g h, l m ipsi d e æquidistantes; & g k, l n æquidistantes f d. deinde à punctis d, g usque ad lineam m l ducantur, d o p quidem secans g h in o; & g q, quæ æquidistent ipsi b a. Dico lineas, quæ inter æquidistantes ipsi f d ad eas, quæ inter æquidistantes d e interiiciuntur, uidelicet k n ad g q, uel ad o p; f k ad d o; & f n ad d p eandem inter se se proportionem habere: nempe eam, quā habet a f ad a e.

Quoniam enim triangula afd, akg, anl similia sunt; itémq; similia efd, hkg, mnl: 4. sexti. *erit ut af ad fd, ita ak ad kg; ut autem fd ad fe, ita kg ad kh. quare ex æquali ut af ad fe, ita ak ad kh: & per conuersionem rationis ut af ad ae, ita ak ad ah. eodem modo ostendetur, ut af ad ae, ita an ad am.* 19. quinti *cum igitur an ad am sit, ut ak ad ah; erit reliqua kn ad reliquam hm, hoc est ad gq, uel op, ut an ad am; hoc est ut af ad ac. rursus ak ad ah est, ut af ad ae. ergo reliqua fk ad eh reliquam, uidelicet ad do, ut af ad ae. Similiter demonstrabimus ita esse fn ad dp. quod quidem demonstrare oportebat.*



LEMMA II.

Sint in eadem linea ab puncta duo rs ita disposita, ut as ad ar eandem proportionem habeat, quam af ad ae: & per r ducatur rt ipsi ed æquidistans; per s uero ducatur st æquidistans fd, ita ut cum rt in t puncto conueniat. Dico punctum t cadere in lineam ac.



Si enim fieri potest, cadat citra: & producatur rt usque ad ipsam ac in u. deinde per u ducatur ux ipsi fd æquidistans. Itaque ex ijs, quæ proxime demonstrauimus ax ad ar

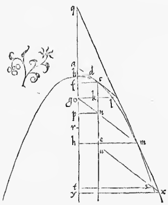
eam proportionem habebit, quam a f ad a e. Sed & eandem habet a s ad a r. quare a s ipsi a x est æqualis, pars toti, quod fieri non potest. Idem absurdum sequetur, si ponamus punctum t cadere ultra lineam a c. necessarium igitur est, ut in ipsam a c cadat. quod demonstrandum proposuimus. 9.quinti

LEMMA III.

Sit parabole, cuius diameter a b: atque eam cõtingentes rectæ lineæ a c, b d; a c quidem in puncto c, b d uero in b: & per c ductis duabus lineis; quarum altera c e diametro æquidistet, altera c f æquidistet ipsi b d: sumatur quod uis punctum g in diametro: fiatq; ut f b, ad b g, ita b g ad b h: & per g h ducantur g k l, h e m, æquidistantes b d: per m uero ducatur m n o ipsi a c æquidistans, quæ diametrum secet in o: & per n ducta n p usque ad diametrum, ipsi b d æquidistet. Dico h o ipsius g b duplam esse.

VEL igitur linea m n o secat diametrum in g, uel in alijs punctis: & si quidem secat in g, unum atque idem punctum duabus literis g o notabitur. Itaque quoniam f c, p n, h e m sibi ipsis æqui distant: & ipsi a c æquidistat m n o: fient triangula a f c, o p n, o h m inter se similia. quare erit o h ad h m, ut a f ad f c: & permutando o h ad a f, ut h m ad f c. est autem quadratum h m ad quadratum g l, ut linea h b ad lineam b g, ex uigesima primi libri conicorum: & quadratum g l ad quadratum f c, ut linea g b ad ipsam b f: suntq; h b, b g, b f lineæ deinceps proportionales. ergo & quadrata h m, g l, f c, & ipsorum latera proportionalia erunt. atque idcirco ut quadratum h m ad quadratum g l, ita li- 4.sexti. 22.sexti. cor.20.sexti.

nea h m ad lineam f c. at uero ut h m ad f c, ita o h ad a f: & ut quadratum h m ad quadratũ g l, ita linea h b ad b g; hoc eſt b g ad b f. ex quibus ſequitur o b ad a f ita eſſe, ut b g ad b f: & permutando o b ad b g, ut a f ad f b. ſed eſt a f dupla ipſius f b: ſunt enĩ a b, b f æquales ex 35 primi libri conicorum. ergo & b o ipſius g b eſt dupla. quod demonſtrare oportebat.

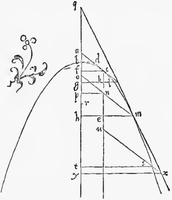


LEMMA IIII.

Iiſdem manentibus, & à puncto m ducta m q uſque ad diametrum, quæ ſectionem in puncto m contingat; Dico h q ad q o eandem proportionem habere, quam habet g b ad c n.

FIAT *enim h r æqualis g f. & cum triangula a f c, o p n ſimilia ſint, & p n ſit æqualis f c; eodem modo demonſtrabimus p o, f a inter ſe æquales eſſe. quare p o ipſius f b dupla erit. Sed eſt h o dupla g b. ergo & reliqua p h reliquæ f g; uidelicet ipſius r h eſt dupla*

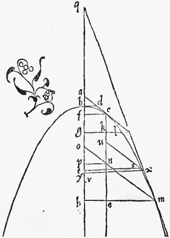
pla. ex quo fit ut p r, r h, f g inter se sint æquales; itémq; æquales r g, p f. est enim p g utrique r p, g f communis. Quoniam igitur h b ad b g est, ut g b ad b f; per conuersionem rationis erit b h ad h g, ut b g ad g f. est autem q h ad h b, ut h o ad g b. nam ex 35 primi libri conicorum, cum linea q m contingat sectionem in puncto m; erunt h b, h q æquales; & g h ipsius h b dupla. ergo ex æquali q h ad h g, ut h o ad g f; hoc est ad h r: & permutando q h ad h o, ut g h ad h r. rursus per conuersionem rationis h q ad q o, ut h g ad g r; hoc est p f: & propterea ad ipsam c n, quod demonstrandum fuerat.



His igitur explicatis, iam ad id, quod propositum fuerat, accedamus. Itaque dico primum n c ad c k eandem proportionem habere, quam h g ad g b.

Quoniam enim h q ad q o est, ut h g ad c n, hoc est ad a o ipsi c n æqualem; erit reliqua g q ad reliquam q a, ut h q ad q o: & ob eam caussam lineæ a c g l productæ ex ijs, quæ supra demonstrauimus in linea q m conueniunt. Rursus g q ad q a est, ut h q ad

2. lem. *q o; uidelicet ut h g ad f p: quod proxime demonstratum est. At*
4. lem. *uero ipsi g q æquales sunt duæ lineæ simul sumptæ q b, hoc est h b, & h g: atque ipsi q a æqualis est h f. Si enim ab æqualibus h b, b q, æqualia f b, b a demantur, remanentia æqualia erunt. ergo dempta h g ex duabus lineis h b, b g, relinquitur dupla ipsius h g; hoc est o h: & dempta p f ex f h, reliqua est*
19. quinti *h p. quare o h ad h p, est ut g q ad q a. Sed ut g q ad q a, ita h q ad q o; hoc est h g ad n c:*
15. quinti. *& ut o h ad h p, ita g h ad c k. est enim o h dupla g h, & h p item dupla g f; hoc est c k. eandem igitur proportionem habet h g ad n c, quam g h ad c k: & permutando n c ad c k eandem habet, quam h g ad g h.*

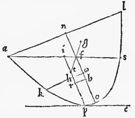


Sumatur deinde aliud quod uis punctum in sectione, quod sit s: & per s duæ lineæ ducantur: s t quidem æquidistans ipsi d b, diametrumque in puncto t secans; s u uero æquidistans a c, & secans c e in u. Dico u c ad c k maiorem proportionem habere, quam t g ad g b.

Produ

Producatur enim u s ad lineam q m in x: & à puncto x duca tur ad diametrum x y ipsi b d æquidistans. erit g t minor quàm g y, quoniam u s minor est quàm u x: & ex primo lemmate y g ad u c erit, ut h g ad n c; uidelicet ut g b ad c k, quod proxime demonstrauimus: & permutando y g ad g b, ut u c ad c K. Sed t g cum sit ipsa y g minor, habet ad g b proportionem minorem, quàm y g ad eandem. ergo u c ad c K maiorem proportionẽ habet, quàm t g ad g b. quod demonstrasse oportuit. Itaque positione data g K unum duntaxat erit in sectione punctum, uidelicet m, à quo ductis duabus lineis m e b, m n o, habeat n c ad c K proportionem eandem, quam h g ad g b. nam si ab alijs omnibus ducantur, semper ea, quæ inter a c, & lineam ipsi æquidistantem interijcitur, ad c K proportionem maiorem habebit, quàm quæ inter g K atque ei æquidistantem, ad ipsam g b. Constat igitur id, quod ab Archimede dictum est; nempe lineam p i ad p h uel eandem, quam n ω ad ω o, uel maiorem habere proportionem.

Quare p h ipsius h i aut dupla est, aut minor quàm dupla.] D *Si quidẽ minor, quàm dupla, sit p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod in humido est, punctum t. si uero p h sit ipsius h i dupla, erit h grauitatis centrum: ductaq; h f, & producta ad centrum eius,*



quod est extra humidum, uidelicet ad g, alia similiter demonstrabuntur. atque idem intelligendum est in propositione, quæ sequitur.

Reuoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nullo E

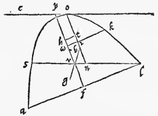
F

modo humidi ſuperficiem continget.] *In translatione legebatur ut baſis ipſius non tangat ſuperficiem humidi ſecundum unum ſignum. nos autem ita uertere maluimus, & hic & in iis, quæ ſequuntur, quoniam græci* οὐδὲ εἷς, οὐδὲ ἕν, *pro* οὐδείς, *&* οὐδὲν *frequenter utitur. ut* οὐδ᾽ ἔστιν οὐδείς, *nullus eſt:* οὐδ᾽ ὑφ᾽ ἑνός, *à nullo & alia cuiuſmodi.*

PROPOSITIO VII.

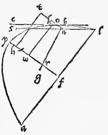
RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo ut baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, ut baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed ut tota in humido ſit, & nullo modo eius ſuperficiem contingat.

SIT portio qualis dicta eſt: & demittatur in humidũ, ut diximus, adeo ut baſis ipſius in uno puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed reuolui ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat. Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit s l: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſeceturq; p f in r quidem ita ut r p ſit dupla ipſius r f; in ω autem ut p f ad r ω proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: & ω k ipſi p f ad rectos angulos ducatur erit r ω minor, quàm quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis r h:



& c o quidẽ ducatur con tingẽs ſectio nẽ in o, quæ ipſi s l æqui-diſtet; n o au tem æquidi-ſtet p f: & pri mum ipſam k ω ſecet, atque in pũcto i ſimiliter ut in ſuperioribus demonſtrabitur n o, uel ſeſquialtera ipſius o i, uel maior, quàm ſeſquialtera. Sit autem o i minor, quam dupla ipſius i n: ſitq; o b dupla b n: & diſponantur eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus, ſi ducatur linea r t, facere eam angulos rectos cum linea c o, & cum ſuperficie humidi. quare à punctis b g lineæ ductæ ipſi r t æquidiſtã tes, etiã ad humidi ſuperficiẽ perpẽdiculares erunt. portio igitur quæ eſt extra humidũ deorſum feretur ſecundum eam perpendicularem, quæ per b tranſit; quæ uero intra humidum ſecundum eam, quæ per g ſurſum feretur. ex quibus conſtat reuolui ſolidum, ita ut baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorſum fer-

10.quinti



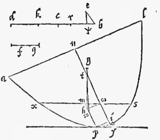
tur ex parte l. Quod si n o non secuerit ipsam ω k, eadem nihilominus demonstrabuntur.

PROPOSITIO VIII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: si in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; neque in rectum restituetur, neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualẽ ei, de quo infra dicetur.

SIT portio qualis dicta est; sitque b d æqualis axi: & b κ quidem dupla ipsius κ d: r κ uero æqualis ei, quæ usque ad axem: & sit c b sesquialtera b r. erit & c d ipsius
A κ r sesquialtera. Quam uero portionem habet portio ad humidum in grauitate, habeat quadratum f q ad quadratum d b: & sit f dupla ipsius q. perspicuum igitur est f q ad d b proportionem minorem habere ea, quam habet c b ad b d. est enim c b excessus, quo axis maior est, quàm
B sesquialter eius, quæ usque ad axem: quare f q minor est ipsa

ipsa b c: & idcirco f minor ipsa b r. sit ipsi f æqualis r ↓: C
ducaturq; ad b d perpendicularis ↓ e, quæ possit dimidiũ eius, quod lineis k r, ↓ b continetur: & iungatur b c. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, sicuti dictum est, consistere inclinatam ita, ut axis cum superficie humidi angulum faciat angulo e b ↓ æqualem. demittatur enim aliqua portio in humidum, ut basis ipsius humidi superficiem non contingat: & si fieri potest, axis cum superficie humidi non faciat angulum æqualem angulo e b ↓; sed primo maiorem. secta autẽ portione plano per axem, recto ad superficiem humidi, sit sectio a p o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio x s: sitq; axis portionis, & sectiõis diameter n o: & ducatur p y quidem ipsi x s æquidistans, quæ sectionem a p o l contingat in p: p m uero æquidistans ipsi n o: & p i ad n o perpendicularis. sit præterea b r æqualis o ω. itemq; r k ipsi t ω: & ω h perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b maior. maiorem ergo proportionem habet quadratum p i ad quadratum y i, quam quadratum e ↓ ad ↓ b quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y.



D
E
F

G & quam proportionem habet quadratum e ψ ad quadratum ψ b, eandem habet dimidium lineæ k r ad lineã ψ b. quare maiorem habet proportionem k r ad i y, quàm dimidium k r ad ψ b: & idcirco i y minor est, quàm dupla ψ b. est autem ipsius o i dupla. ergo o i minor est, quàm

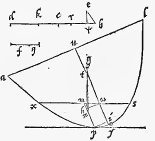
13.quinti.

H

K ψ b: & i ω maior, quàm ψ r. sed ψ r est æqualis ipsi f. maior igitur est i ω, quàm f. & quoniam portio ad humidum in grauitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet pars ipsius demersa ad totam portionem: & quam pars ipsius demersa habet ad totam, eandem habet quadratum p m ad quadratum o n: sequitur quadratum p m ad quadratum o n eam proportionem habere, quam quadratum f q ad b d quadratum.

L atque ideo f q æqualis est ipsi p m.

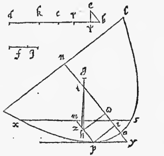
M demõstrata est autem p h maior, quàm f. cõstat igitur p m minorem esse, quàm sesquialterã ipsius p h: & idcirco p h maiorem, quàm duplam h m. Sit p z ipsius z m dupla. erit t quidem cẽtrũ grauitatis totius solidi: centrũ eius partis, quæ intra humidum, punctum z: reliquæ uero



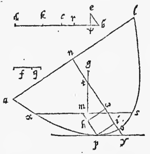
N partis centrum erit in linea z t producta usque ad g. Eodẽ modo demonstrabitur linea t h perpendicularis ad superficiem humidi. & portio demersa in humido feretur extra.

humidum

humidum secundum perpendicularem, quæ per z ad humidi superficiem ducta fuerit: quæ autem est extra humidum secundum eam, quæ per g intra humidum feretur. nõ ergo manebit portio sic inclinata, ut ponitur. sed neque restituetur recta: quoniam perpendicularium per z g ductarum, quæ quidem per z ducitur ad eas partes cadit, in quibus est l; & quæ per g ad eas, in quibus est a. quare sequitur centrum z sursum ferri: & g deorsum. ergo partes totius solidi, quæ sunt ad a deorsum, quæ uero ad l sursum ferentur. Rursus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum superficie humidi angulum faciat minorẽ eo, qui est ad b. minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ψ ad ψ b quadratum: quare k r ad i y minorem proportionẽ habet, quàm dimidium k r ad ψ b: & propterea i y maior est, quàm dupla ψ b. est autem ipsius o i dupla. ergo o i ipsa ψ b maior erit. sed tota o ω est æqualis ipsi r b: & reliqua ω i minor quàm ψ r. quare & p h minor erit, quàm f. Quòd cum m p ipsi f q sit æqualis, cõstat p m maiorẽ esse, quàm sesquialterã ipsius p h: & p h minorem, quam duplam h m. Sit p z ipsius z m dupla. Rursus totius quidem solidi centrum grauitatis erit pũctum t; eius uero partis, quæ intra humidum z: & iuncta z t inuenia-



tur centrum grauitatis eius, quæ extra humidum in pro-
P tracta, quod ſit g. Itaque per z g ductis perpendiculari-
bus ad humidi ſuperficiem, quæ ipſi t h æquidiſtent, ſequi-
tur portionem ipſam non manere, ſed reuolui adeo, ut a-
xis cum ſuperficie
humidi angulum
faciat maiorē eo,
quem nunc facit.



Et quoniam cū
antea poſuiſſem⁹
facere angulū ma
iorem angulo b,
portio neque tūc
cōſiſtebat; perſpi
cuū eſt ipſam con
ſiſtere, ſi angulum
fecerit angulo b
Q æqualem. Sic e-
nim erit i o æqua-
lis ψ b : itemq; ω i
æqualis ψ r : & p h ipſi f. erit igitur m p ſeſquialtera p h;
& p h dupla h m. quare cum h ſit centrum grauitatis eius
partis, quæ eſt in humido, per eandem perpendicularem,
& ipſa ſurſum, & quæ extra eſt feretur deorſum. mane-
bit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non re-
pelletur.

COMMENTARIVS.

A ET ſit c b ſeſquialtera b r. erit & c d ipſius k r ſeſqui-
altera.] *In translatione ita legebatur. ſit autem & c b quidem
hemiolia ipſius b r: c d autem ipſius Kr. Sed nos quod poſtremo
loco legitur, idcirco corrigendum duximus, quoniam illud non po-
nitur ita eſſe, ſed ex yſ, quæ poſita ſunt, neceſſario colligitur. ſi enim*
b k

b ⸸ dupla sit ⸸ d, erit d b ipsius b ⸸ sesquialtera. & quoniam e b sesquialtera est b r; sequitur reliquam c d ipsius ⸸ r, hoc est eius, quæ 19. quinti *usque ad axem sesquialteram esse. quare b c erit excessus, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem.*

Quare f q minor est ipsa b c.] *Nam cum portio ad humidum in grauitate proportionem habeat eandem, quàm quadratum f q ad quadratum d b: habeatq; minorem proportionem, quàm quadratum factum ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum ab axe; hoc est minorem, quàm quadratum c b ad quadratum b d: ponitur enim linea b d æqualis axi: quadratum f q ad quadratum d b proportionem minorem habebit, quàm quadratum c b ad idem b d quadratum. ergo quadratum f q minus erit quadrato c b: & propterea linea f q ipsa b e minor.* B 8. quinti.

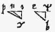
Et idcirco f minor ipsa b r.] *Quoniam enim e b sesquialtera est b r, & f q ipsius f sesquialtera: estq; f q minor b c; & f ipsa b r minor erit.* C 14. quinti.

Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b maior.] *Nam cum linea p y superficiei humidi æquidistet; uidelicet ipsi x s: angulus p y i æqualis erit angulo, qui diametro portionis n o, & linea x s continetur. quare & angulo b maior erit.* D 29. primi

Maiorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ⸸ ad ⸸ b quadratũ.] *Describantur seorsum triangula p i y, e ⸸ b. & cum angulus p y i maior sit angulo e b ⸸, ad lineam i y, atque ad punctum y in ea datum fiat angulus u y i æqualis angulo e b ⸸. est autem angulus ad i rectus æqualis recto ad ⸸. reliquus igitur y u i reliquo b e ⸸ est æqualis. quare linea u i ad lineam i y eandem proportionem habet, quam linea e ⸸ ad ⸸ b. Sed linea p i, quæ maior est ipsa u i ad lineam i y maiorem habet proportionem quam u i ad eandem. ergo p i ad i y maiorem proportionem habebit, quàm e ⸸ ad ⸸ b: & propterea quadratum p i ad quadratum i y maiorem habebit, quàm* E 4. sexti. 8. quinti. 13. quinti.

quadratum e ψ ad quadratum ψ b.

F Sed quam proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y.] *Est enim ex undecima primi conicorum quadratum p i æquale rectangulo contento linea i o, & ea, iuxta quam possunt quæ d sectione ad diametrum ducuntur, uidelicet dupla ipsius κ r. atque est i y dupla i o, ex trigesimatertia eiusdem: quare ex decimasexta sexti elementorum, rectangulum, quod fit ex κ r, & i y æquale est rectangulo contento linea i o & ea, iuxta quam possunt: hoc est qua*



lem. 22. decimi. *drato p i. Sed ut rectangulum ex κ r, & i y ad quadratum i y, ita linea κ r ad ipsam i y. ergo linea κ r ad i y eandem proportionem habebit, quam rectangulum ex κ r & i y, hoc est quadratum p i ad quadratum i y.*

G Et quam proportionem habet quadratũ e ψ ad quadratum ψ b, eandem habet dimidium lineæ K r ad lineã ψ b.]

Nam cum quadratum e ψ positum sit æquale dimidio rectanguli contenti linea κ r, & ψ b; hoc est ei, quod dimidia ipsius κ r
lem. 22. decimi *& linea ψ b continetur: & ut rectangulum ex dimidia κ r, & ψ b ad quadratum ψ b, ita sit dimidia κ r ad lineam ψ b: habebit dimidia κ r ad ψ b proportionem eandem, quam quadratum e ψ ad quadratum ψ b.*

H Et idcirco i y minor est, quàm dupla ψ b.] *Quam enim proportionem habet dimidium κ r ad ψ b, habeat κ r ad aliam lineam.*
10. quinti *erit ea maior, quàm i y; nempe ad quam κ r minorem proportionẽ habet: atque erit dupla ψ b. ergo i y minor est, quam dupla ψ b.*

K Et i ω maior, quàm ψ r.] *Cum enim o ω posita sit æqualis b r si ex b r dematur ψ b, & ex o ω dematur o i, quæ minor est ψ b: erit reliqua i ω maior reliqua ψ r.*

L Atque ideo f q æqualis est ipsi p m.] *Ex decimaquarta quinti elementorum, nam linea o n ipsi b d est æqualis.*

M Demonstrata est autem p h maior, quàm f.] *Etenim demonstrata est i ω maior, quàm f; atque est p h æqualis ipsi i ω.*

N Eodem modo demonstrabitur t h perpendicularis ad humidi

humidi superficiem.] *Est enim t ω æqualis κ r, hoc est ei, quæ usque ad axem. quare ex ijs, quæ superius demonstrata sunt, linea t h ducta erit ad humidi superficiem perpendicularis.*

Minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ↓ ad ↓ b quadratū] *Hæc & alia, quæ sequuntur, tum in hac, tum in sequenti propositione non alio, quàm quo supra modo demonstrabimus.* O

Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi superficiem, quæ ipsi t h æquidistent; sequitur portionem ipsam non manere, sed reuolui adeo, ut axis cum superficie humidi angulum faciat maiorem eo, quem nunc facit.] *Nam cum perpendicularis, quæ per g, ducitur ad eas partes cadat, in quibus est l; quæ autem per z ad eas in quibus a: necessarium est centrum g deorsum ferri, & z sursum. quare partes solidi, quæ sunt ad l deorsum; quæ uero ad a sursum ferentur, ut axis cum superficie humidi maiorem angulum contineat.* P

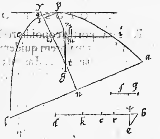
Sic enim erit i o æqualis ↓ b, itéq; ω i æqualis ↓ r, & p h ipsi f.] *Hoc in tertia figura, quam nos addidimus, perspicue apparet.* Q

PROPOSITIO IX.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem, quàm excessus, quo quadratum, quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usq; ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in hu-

midum demiſſa adeo, ut baſis ipſius tota ſit in hu mido, & poſita inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ipſius ſecũdum perpendicularem ſit, nec ma nebit inclinata, niſi quãdo axis cum ſuperficie hu midi angulum fecerit æqualem angulo ſimiliter ut prius, aſſumpto.

SIT portio, qualis dicta eſt: ponaturq; d b æqualis axi portionis: & b k quidem ſit dupla ipſius k d; k r autem æqualis ei, quæ uſque ad axem: & c b ſeſquialtera b r. Quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habeat exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad ipſum b d quadratum: & ſit f ipſius q dupla. conſtat igitur exceſſum, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d, minorem habere proportionem, quàm exceſſus, quo quadratũ b d excedit quadratum f q ad b d quadratum. eſt enim b c exceſſus quo axis portiõis maior eſt, quã ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem. A quare quadratum b d magis excedit quadratum f q, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor eſt, quàm b c: itemq; f minor, quàm b r. Sit ipſi f

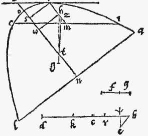


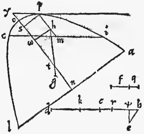
æqua

æqualis r ⳩; & ducatur ⳩ r perpendicularis ad b d, quæ possit dimidium eius, quod ipsis k r, ⳩ b, continetur. Dico portionem in humidum demissam adeo, ut basis ipsius tota sit in humido, ita consistere, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem. Demittatur enim portio in humidum, sicuti dictum est; & axis cum humidi superficie non faciat angulum æqualē ipsi b, sed primo maiorem: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, sectio portionis sit a p o l rectanguli coni sectio; superficiei humidi sectio c i; sitq; axis portionis, & sectionis diameter n o, quæ secetur in punctis ω t, ut prius: & ducantur y p quidem ipsi c i æquidistans, contingensq; sectionem in p; m p uero æquidistans n o: & p s ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum superficie humidi facit angulum maiorem angulo b; erit & angulus s y p angulo b maior. quare quadratum p s ad quadratum s y maiorem habet proportionem, quàm quadratum ⳩ e ad quadratum ⳩ b: & propterea κ r ad s y maiorem habet, quàm dimidium ipsius κ r ad ⳩ b. ergo s y minor est, quam dupla ⳩ b; & s o minor, quàm ⳩ b. quare s ω maior, quàm r ⳩; & p h maior, quàm f. Itaque quoniā portio ad humidum in grauitate eam habet proportionē, quam excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, candem pars ipsius demersa habet ad totam portionē: sequitur partē demersam ad totam portionem, eam proportionem habere, quā excessus, quo quadratum b d excedit quadratū f q, ad quadratū b d. habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eā, quæ est extra humidum, eandem habet quadratum n o ad quadratum p m. ergo p m ipsi f q æqualis erit. demonstrata est autem p h maior, quàm f: quare m h minor erit,

B
C
D
E

quàm q; & p h maior, quàm dupla h m. Sit igitur p z dupla ipsius z m: & iuncta z t producatur ad g. erit totius quidem portionis grauitatis centrũ t: eius, quæ est extra humidũ z: reliquæ uero partis, quæ in humido, centrum erit in linea z t producta; quod sit g. demõstrabitur similiter, ut prius, t h perpẽdicularis ad superficiem humidi: & quæ per z, g ducuntur æquidistantes ipsi t h, ad eandem perpẽdiculares. ergo portio, quæ est extra humidũ deorsum feretur secundum eam quæ per z transit; quæ uero intra secun-





dum

dum eam, quæ per g sursum eleuabitur. non igitur manebit portio sic inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ad superficiem humidi sit perpendicularis: quoniam quæ ex parte l deorsum; quæ uero ex parte a sursum ferentur, ut ex iam demonstratis apparere potest. Quòd si axis cum superficie humidi fecerit angulum minorem angulo b, similiter demonstrabitur, nõ manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem. F G

COMMENTARIVS.

QVARE quadratum b d magis excedit quadratum f q, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor est, quàm b c: itemq; f minor quam b r.] *Quoniam excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d minorem proportionem habet, quàm excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad idem quadratum: erit ex octaua quinti excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c, minor quàm excessus, quo excedit quadratum f q. ergo quadratum f q minus est quadrato b c: & propterea linea f q minor linea b c. Sed f q ad f eandem proportionẽ habet, quam b c ad b r; utraque enim utriusque sesquialtera est. cum igitur f q sit minor b c, & f ipsa b r minor erit.* A 14 quinti

Et propterea κ r ad f y maiorem habet, quàm dimidium ipsius κ r ad ↓ b.] *Est enim κ r ad f y, ut quadratum p s ad quadratum f y: & dimidium lineæ κ r ad lineam ↓ b, ut quadratum e ↓ ad quadratum ↓ b.* B

Et s o minor quàm ↓ b] *Est enim f y dupla ipsius f o.* C

Et p h maior, quàm f.] *Nam p b est æqualis f ω, & r ↓ ipsi f.* D

Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q.] *Cum pars demersa ad totam portionem ita sit, ut excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad b d quadratũ:* E

erit conuertendo tota portio ad partem ipsius demersam, ut quadratum b d ad excessum, quo quadratum f q excedit. quare per conuersionem rationis tota portio ad eam, quæ extra humidum est ut quadratum b d ad quadratum f q: nam quadratum b d tanto maius est excessu, quo excedit quadratum f q, quantum est ipsum f q quadratum.

F Quoniam quæ ex parte l deorsum, quæ uero ex parte a sursum ferentur.] *Hæc nos ita correximus, nam in translatione mendose, ut opinor, legebatur, quoniam quæ ex parte L ad superiora ferentur, perpendicularis enim quæ transit per z ad partes l, & quæ per g ad partes a cadit. quare centrum z una cum partibus ijs, quæ sunt ad l deorsum feretur, centrum uero g una cum partibus quæ ad a sursum.*

G Similiter demonstrabitur non manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.] *Illud uero tum ex ijs, quæ in antecedenti dicta sunt, tum ex figuris, quas apposuimus, facile demonstrari potest.*

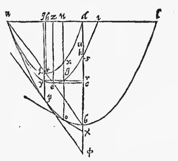
PROPOSITIO X.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humi-
A dum: non nunquam quidem recta consistet; non
B nunquam inclinata: & interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi: idq; in duabus dispositionibus:

interdum

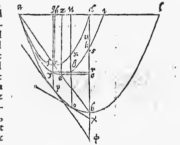
interdū quidem ita, ut basis in humidum magis C
demergatur: interdum uero ita, ut superficiem D
humidi nullo modo contingat; secundum pro- E
portionem, quam habet ad humidum in grauita-
te. Eorum quæ dicta sunt, singula inferius de-
monstrabuntur.

SIT portio qualis dicta est: & secta ipsa plano per axē,
recto ad superficiem humidi, sectio sit a p o l rectanguli co
ni sectio: axis portionis, & sectionis diameter b d: sece-
turq; b d in puncto quidem k ita, ut b k dupla sit ipsius
k d: in c uero ita, ut b d ad k c proportionē habeat ean-
dem, quam quindecim ad quatuor. constat igitur k c ma- F
iorem esse, quàm quæ usque ad axem. Sit ei quæ usque ad G
axem æqualis k r: & ipsius k r sesquialtera d s. Est autem H
& s b sesquial-
tera ipsius b r.



Itaque iūgatur
a b, & per c du
catur c e per-
pēdicularis ad
b d, quæ lineā
a b in puncto
e secet: & per
e ducatur e z
æquidistās b d.
Rursus ipsa a b
bifariā in t di-
uisa, ducatur t
h eidem b d æ-
quidistans: &
intelligantur rectanguli coni sectiones descriptæ. a e i qui-

K dem circa e z diametrum; a t d uero circa diametrum t h;
L quæ similes sint portioni a b l. transibit igitur a e i coni sectio per K: & quæ a b r ducta est perpendicularis ad b d, ipsam a e i secabit. secet in punctis y g: & per y g ducantur ipsi b d æquidistantes p y q, o g u, quæ secent a t d in f x. ducantur postremo, & p χ, o φ contingentes sectionẽ
M a p o l in punctis p o. cũ ergo tres portiones sint a p o l, a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus; rectæq; similes, & inæquales, quæ contingunt se se super unamquanque basim: à puncto autem n sursum ducta sit n x g o; & à q ipsa q f y p: habebit o g ad g x proportionem compositam ex proportione, quam habet i l ad l a; & ex proportione, quam a d habet ad d i. Sed i l ad l a habet eandem, quam duo ad quinque. etenim c b ad b d
N est, ut sex ad quindecim; hoc est ut duo ad
O quinque: & ut c b ad b d, ita e b ad b a: & d z ad d a. harum autẽ d z,
P d a duplæ sunt
Q ipsæ l i, l a: & a d ad d i eã proportionem habet, quam quinque ad unum. sed proportio composita ex proportione, quam habet duo ad quinque; & ex proportione, quam quinque ad unum; est eadem, quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam proportionem habent. dupla est igitur g b ipsius g x: & eadem



eadem ratione ostēdetur p y ipsius y f dupla. Itaque quoniam d s sesquialtera est ipsius k r; erit b s excessus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. Si igitur portio ad humidū in grauitate eā habet proportionem, quam quadratum, quod fit à linea b f ad quadratum, quod à b d, aut maiorem; in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humidum, recta consistet. de monstratum est enim superius, portionem, cuius axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat, quàm quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quam sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demissam in humidum, ita ut dictum est, rectam consistere. R

COMMENTARIVS.

QVAE hac decima propositione continentur, Archimedes in quinque partes diſſecuit, & singulas seorſum demonſtrauit.

Nonnunquam quidem recta consistat.] *Hæc est prima pars, cuius demonstrationem statim subiungit.* A

Et interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi; idq; in duabus dispositionibus.] *Demonstratum est illud in tertia parte.* B

Interdum ita, ut basis in humidum magis demergatur.] *Pertinet id ad quartam partem.* C

Interdum uero ita, ut superficiem humidi nullo modo contingat.] *Hoc duobus item modis fit, quorum unus in secunda, alter in quarta parte explicatur.* D

Secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate.] *In translatione ita legebatur, quam autem proportionem habet ad humidum in grauitate.* E

Constat igitur k c maiorem esse, quàm quæ usque ad axem.] *Nam cum b d ad k c eandem habeat proportionem, quam* F

quindecim ad quatuor; & ad eam, quæ usque ad axem maiorem pro
10.quinti *portionem habeat: erit quæ usque ad axem minor ipsa k c.*

G Sit ei, quæ usque ad axem æqualis k r.] *Hæc nos addidimus, quæ in translatione non erant.*

H Est autem & s b sesquialtera ipsius b r.] *Ponitur enim d b sesquialtera ipsius b k; itémq; d s sesquialtera k r. quare ut to*
19.quinti *ta d b ad totam b K, ita pars d s ad partem K r. ergo & reliqua s b ad reliquam b r, ut d b ad b k.*

K Quæ similes sint portioni a b l.] *Similes portiones coni sectionum Apollonius ita diffiniuit in sexto libro conicorum, ut scribit Eutocius,* ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσὶ, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας; *hoc est. in quibus si ducantur lineæ æquidistantes basi numero æquales: æquidistantes atq; bases ad partes diametrorum, quæ ab ipsis ad uerticem abscindútur, eandem proportionem habent: itémq; partes abscissæ ad abscissas. ducuntur autem lineæ basi æquidistantes: ut opinor, descripta in sin*
χνωρίμως· *gulis plane rectilinea figura, quæ lateribus numero æqualibus conti neatur. Itaq; portiones similes à similibus coni sectionibus abscindũ tur: & earum diametri siue ad bases rectæ, siue cum basibus æquales angulos facientes, ad ipsas bases eandem habent proportionem.*

L Transibit igitur a e i coni sectio per k.] *Si enim fieri potest non transeat per k, sed per aliud punctum lineæ d b, ut per u. Quoniam igitur in rectanguli coni sectione a e i, cuius diameter e z, ducta est a e, & producta: & d b diametro æquidistans utrasque a e, a i secat; a e quidem in b, a i uero in d: habebit d b ad b u proportionem eandem, quam a z, ad z d, ex quarta propositione libri Archimedis de quadratura parabolæ. Sed a z sesquialtera est ipsius z d: est enim ut tria ad duo, quod mox demonstrabimus. ergo d b sesquialtera est ipsius b u. est autẽ d b & ipsius b k sesquialte*
2.quinti. *ra. quare lineæ b u, b k inter se æquales sunt; quod fieri non potest. rectanguli igitur coni sectio a e i per punctum k transibit. quod demonstrare uolebamus.*

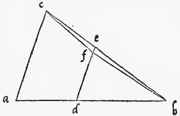
Cum

Cum ergo tres portiones sint a p o l, a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectãgulorum conorum sectionibus; rectæq;, similes, & inæquales, quæ contingunt se se super unam quamque basim.] *Post ea uerba, super unamquanque basim, in translatione aliqua desiderari uidentur. Ad horum autem demonstrationem non nulla præmittere oportet, quæ etiam ad alia, quæ sequuntur, necessaria erunt.* M

LEMMA I.

Sit recta linea a b, quam secent duæ lineæ inter sese æquidistantes a c, d e, ita ut quam proportionem habet a b ad b d, eandem habeat a c ad d e. Dico lineam, quæ c b puncta coniungit, etiam per ipsum e transire.

SI enim fieri potest, non transeat per e, sed uel supra, uel infra. transeat primum infra, ut per f. erunt triangula a b c, d b f inter se similia. quare ut a b ad b d, ita a c ad d f. sed ut a b ad b d, ita erat a c ad d e. ergo d f ipsi d e æqualis erit, uidelicet pars toti, quod est ab surdum. Idem absurdum sequetur, si linea c b supra e punctum transire ponatur. quare c b etiam per e necessario transibit. quod oportebat demonstrare. 4. sexti. 9. quinti.

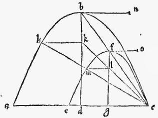


LEMMA II.

Sint duæ portionis similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus; a b c quidem maior, cuius diameter b d; e f c uero minor, cuius diameter f g: aptenturq; inter sese, ita ut maior minorem includat & sint earum bases a c, e c in eadem recta linea, ut idẽ punctum c sit utriusque terminus: sumatur deinde in sectione a b c quodlibet punctum h: & iungatur h c. Dico lineam h c ad partem sui ipsius, quæ inter c, & sectionem e f c interiicitur, eam proportionẽ habere, quam habet a c ad c e.

DVCATVR *b c, quæ transibit per f. quoniam enim portiones similes sint, diametri cũ basibus æquales continent angulos. quare æquidistant inter se sic b d, f g: éstq; b d ad a c, ut f g ad e c: & permutando b d ad f g, ut a c ad c e: hoc est ut earum dimidiæ d c ad c g. ergo ex antecedẽti lẽmate sequitur lineã b c per punctum f transire.*

15.quinti.



Ducatur præterea à puncto h ad diametrum b d linea h k, æquidistans basi a c: & iuncta k c, quæ diametrum f g secet in l; per l ducatur ad

ad sectionem e f g ex parte lineæ l m, eidem a c basi æquidistans. Sit autem sectionis a b c, linea b n iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur: & sectionis e f e sit ipsa f o. quoniam igitur triangula c d b, c f g similia sunt, erit ut b c ad c f, ita d c ad c g; & b d ad f g. rursus quoniam triangula c k b, c l f etiã inter se sunt similia, ut b c ad c f, hoc est ut b d ad f g, ita erit k c ad c l; & b K ad f l. quare K c ad c l, & b k ad f l sunt ut d c ad c g: hoc est ut earum duplæ a c ad c e. sed ut b d ad f g, ita d c ad c g; hoc ẽ a d ad e g: & permutãdo ut b d ad a d, ita f g ad e g. quadratum autem a d æquale est rectangulo d b n ex undecima primi conicorum. ergo tres lineæ b d, a d, b n inter se sunt proportionales. eadem quoque ratione cum quadratum e g æquale sit rectangulo g f o, tres aliæ lineæ f g, e g, f o, deinceps proportionales erũt. & ut b d ad a d, ita f g ad e g. quare ut a d ad b n, ita e g ad f o. ex æquali igitur, ut d b ad b n, ita g f ad f o: & permutando ut d b ad g f, ita b n ad f o. ut autem d b ad g f, ita b k ad f l. ergo b k ad f l, ut b n ad f o: & permutando, ut b k ad b n, ita f l ad f o. Rursus quoniã quadratũ b K æquale est rectangulo k b n: & quadratum m l rectangulo l f o æquale: erunt tres lineæ b k, k b, b n proportionales: itemq; proportionales inter se f l, l m, f o. quare ut linea b K ad lineam b n, ita quadratum b K ad quadratum b k: & ut linea f l ad ipsam f o, ita quadratũ f l ad quadratum l m. Itaque quoniam, ut b K ad b n, ita est f l ad f o; erit ut quadratum b K ad quadratum K b, ita quadratum f l ad l m quadratum. ergo ut linea b k, ad lineam K b, ita linea f l ad ipsã l m: & permutãdo ut b k ad f l, ita k b ad l m. sed b k ad f l erat ut k c ad c l. ergo k b ad l m, ut K c ad c l. quare ex eodem lemmate patet lineam b c, & per m punctum transire. ut igitur K c ad c l: hoc est ut a c ad c e, ita b c ad c m; hoc est ad eam ipsius partem, quæ inter c, & e g c sectionem interijcitur. similiter demonstrabimus idem contingere in alijs lineis, quæ à puncto c ad a b c sectionem perducuntur. At uero b c ad c f eandem proportionem habere, liquido apparet; nam b c ad c f, est ut d c ad c g; uidelicet ut earum duplæ, a c ad c e.

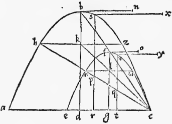
Marginal notes: 4. sexti. — 15. quinti. — 17. sexti. — 11. primi conicorũ — cor. 20. sexti. — 22. sexti

Ex quibus perspicuum est lineas omnes sic ductas ab ipsis sectionibus in eandem proportionem secari. est enim diuidendo, conuertendoq́; cm ad mh, & cf ad fb, ut ce ad ea.

LEMMA III.

Sed & illud constare potest; lineas, quæ in portionibus eiusmodi similibus ita ducuntur, ut cũ basibus æquales angulos contineant, ab ipsis similes quoque portiones abscindere: hoc est, ut in proposita figura, portiones hbc, mfc, quas lineæ ch, cm abscindunt, etiam inter se similes esse.

DIVIDANTVR *enim ch, cm bifariam in punctis pq: & per ipsa ducantur lineæ rps, tqu diametris æquidistantes. erit portionis hsc diameter ps, & portionis muc diameter qu. Itaque fiat ut quadratum cr ad quadratum cp, ita linea bn ad aliam lineam, quæ sit sx: & ut quadratum ct ad quadratum cq, ita fiat fo ad uy. iam ex ijs quæ demõstrauimus in commentarijs in quartam propositionẽ Archimedis de conoidibus, & sphæroidibus, patet quadratum cp æquale esse rectangulo psx:*



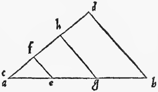
itemq; quadratum c q æquale rectangulo q u y, hoc est sectionum b s c, m u c lineas s x, u y, eas esse, iuxta quas possunt, quæ à sectione ad diametrum ducuntur. sed cũ triangula c p r, c q t similia sint, habebit c r ad c p eandem proportionem, quam c t ad c q: & idcirco quadratum c r ad quadratum c p eandem habebit, quam quadratum c t ad quadratum c q. ergo & linea b n, ad lineam f x ita erit, ut linea f o ad ipsam u y. erat autem h c ad c m, ut a c ad c e. quare & earum dimidiæ c p ad c q, ut a d ad e g: & permutando c p ad a d, ut c q ad e g. Sed ostensum est a d ad b n ita esse, ut e g ad f o: & b n ad s x, ut f o ad u y. ergo ex æquali c p ad f x erit, ut c q ad u y. Quòd cum quadratũ c p æquale sit rectangulo p s x & quadratum c q rectangulo q u y, erunt tres lineæ f p, p c, f x proportionales; itemq; proportionales ipsæ u q, q c, u y. quare & f p ad p c, ut u q ad q c: & ut p c ad c b, ita q c ad c m. ex æquali igitur ut portionis b f c diameter f p ad eius basim c b, ita portionis m u s diameter u q ad basim c m. & anguli, quos diametri cum basibus continent, sunt æquales, quòd lineæ f p, u q sibi ipsis æquidistent. ergo & portiones b f c, m u c inter se similes erunt. id quod demonstrandum proponebatur. 22. sexti

LEMMA IIII.

Sint duæ lineæ a b, c d, quæ secentur in punctis e f, ita ut quam proportionem habet a e ad e b, habeat c f ad f d: rursus secentur in aliis duobus punctis g h; & habeat c h ad h d eandem proportionem, quam a g ad g b. Dico c f ad f h ita esse, ut a e ad e g.

QVONIAM *enim ut a e ad e b, ita c f ad f d, erit componendo ut a b ad e b, ita c d ad f d. Rursus cum sit ut a g ad g b, ita c h ad h d; componendo, conuertendoq; ut g b ad a b, ita erit h d ad c d. ergo ex æquali, conuertendoq; ut e b ad g b, ita f d ad h d:*

& per conuersionem rationis ut e b ad e g, ita f d ad f h. est autem ut a e ad e b, ita c f ad f d. ex æquali igitur ut a e ad e g, ita c f ad f h.



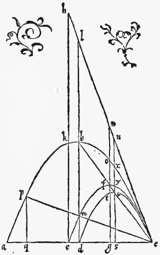
ALITER. Aptentur lineæ a b, c d inter se se, ita ut ad partes a c angulum faciant; & sint a c in uno atque eodem puncto: deinde iungantur d b, h g, f e. cum igitur sit ut a e ad e b, ita c f, hoc est
2. sexti a f ad f d; æquidistabit fe ipsi d b: & similiter h g eidem d b
30. primi æquidistabit: quoniam a h ad h d est, ut a g ad g b. ergo f c, h g inter se se æquidistant: & idcirco ut a e ad e g, ita a f; hoc est c f ad f h. quod demonstrare oportebat.

LEMMA V.

Sint rursus duæ portiones similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus, ut in superiori figura a b c, cuius diameter b d: & e f c, cuius diameter f g: ducaturq; à puncto e linea e h, diametris b d, f g æquidistans, quæ sectionem a b c in k secet: & à puncto c ducatur c h contingens sectionem a b c in c: conueniensq; cum linea e h in h, quæ sectionem quoque e f c in eodem c puncto continget, ut demonstrabitur. Dico lineam ductam ab ipsa c h usque ad sectionem e f c, ita ut lineæ e h æquidistet, in eandem proportionem diuidi à sectione a b c; in quam linea c a à

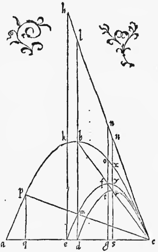
sectio

sectione e f c diuiditur: pars uero lineæ c a, quæ est inter duas sectiones proportione respondebit parti lineæ ductæ, quæ itidem inter easdem sectiones interiicitur; hoc est ut in proposita figura, si producatur d b usque ad c h in l, ut sectioni e f c in puncto m occurrat; lineam l b ad b m eãdem proportionem habere, quàm c e ad e a.



Producatur enim q f ad eandem lineã c h in n, secãs a b c sectionem in o: & iuncta b c, quæ transibit per f, ut ostensum est, erunt triangula c g f, c d b similia: itemq; similia ĩter se, c f n, c b l. quare ut g f ad d b, ita erit c f ad c b: 4. sexti
& ut c f ad c b, ita f n ad b l. ergo g f ad d b, ut f n ad b l: 11. quinti
& permutando g f ad f n, ut d b ad b l. est autem d b æqualis ipsi b l ex trigesimaquinta primi libri conicorum. ergo 14 quinti
& g f ipsi p i æqualis erit: & ex trigesimatertia eiusdem linea c h sectionem e f c in eodem pun-

cto continget. Itaque iuncta c m producatur ad sectionem a b c in p: & à p ad a c ducatur p q, quæ ipsi b d æquidistet. quoniam igitur linea c h contingit sectionem e f c in c puncto; habebit l m ad m d proportionem eandem, quam c d ad d e, ex quinta propositione Archimedis in libro de quadratura parabolæ. & propter triangulorum c m d, c p q similitudinem, ut c m ad c d, ita erit c p ad c q: permutandóq; ut c m ad c p, ita c d ad c q. ut autem c m ad c p, sic c e ad c a: quod proxime demóstrauimus. quare ut c e ad c a, sic c d ad c q: hoc'est ut totum ad totum, sic pars ad partem, reliquum igitur d e ad reliquum q a est ut c e ad c a; uidelicet ut c d ad c q: & permutando c d ad d e, ut c q ad q a. êstq; l m ad m d, ut c d ad d e. ergo l m ad m d, ut c q ad q a. sed l b ad b d ex quinta Archimedis, quam diximus; est ut c d ad d a. constat igitur ex antecedenti lemmate c d ad d q ita esse, ut l b ad b m. ut autem c d ad d q, 2. sexti.
ita c m ad m p. ergo l b ad b m, ut c m ad m p. Quòd cum demonstratum fuerit, c m ad m p, ut c e ad e a: habebit l b ad b m eandē



propor

proportionem, quam c e ad e a. similiter demonſtrabitur eandem habere n o ad o f: & reliquas eiuſmodi. at uero l) K ad K e eam habere proportionem, quam habet e e ad e a, ex eadem quinta Archimedis perſpicue apparet. atque illud eſt, quod demonſtrandum propoſuimus.

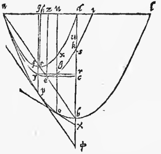
LEMMA VI.

Itaque maneant eadem, quæ ſupra: & itidem deſcribatur alia portio ſimilis contenta recta linea & rectanguli coni ſectione d r c; cuius diameter r s, ut ſecet lineam f g in t: producaturque s r ad lineam c b in u; cui ſectio a b c occurrat in x, & e f c in y. Dico b m ad m d proportionem habere compoſitam ex proportione, quam habet e a ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e.

SIMILITER *enim ut ſupra, demonſtrabimus lineam c b contingere ſectionē d r c in c puncto: & l m ad m d, itēmq; n f ad f t; & u y ad y r ita eſſe, ut c d ad d e. Quoniam igitur l b ad b m eſt, ut c e ad e a; erit componendo, conuertendóq; b m ad l m, ut e a ad a e: & ut l m ad m d, ita c d ad d e. proportio autem b m ad m d compoſita eſt ex proportione, quam habet b m ad l m, & ex proportione, quam l m habet ad m d. ergo proportio b m ad m d etiam compoſita erit ex proportione, quam habet e a, ad a e; & ex ea, quam c d habet ad d e. Eadem ratione demonſtrabitur o f ad f t; itēmq; x y ad y r proportionem habere ex eiſdem proportionibus compoſitam: & ita in alijs. quod demonſtrare oportebat.*

Ex quibus apparet lineas ſic ductas, quæ inter ſectiones a b c, d r c interiiciuntur à ſectione e f c in eandem proportionem diuidi.

N Etenim c b ad b d est ut sex ad quindecim.] *Posuimus enim b K duplam esse ipsius K d. quare componendo b d ad k d erit, ut tria ad unum; hoc est ut quindecim ad quinque. sed b d ad K c erat ut quīdecim ad quatuor. ergo b d ad d c, ut quindecim ad nouem: & per conuersionem rationis, conuertendóq; c b ad b d, ut sex ad quī decim.*



O Et ut c b ad b d, ita e b ad b a, & d z ad d a.] *Nam cum triangula c b e, d b a sint similia, erit ut c b ad b e, ita d b, ad b a & permutando, ut c b ad b d; ita e b ad b a. Rursus ut b c ad c e, ita b d ad d a: permutandóq; ut c b ad b d, ita c e, hoc est d z ei æqualis ad d a.*

P Harum autem d z d a duplæ sunt ipsæ l i, l a.] *Lineam quidem l a duplam esse ipsius d a, cum b d sit portionis diameter, manifeste constat. At uero l i ipsius d z dupla hoc pacto demonstrabitur. Quoniam enim z d ad d a est, ut duo ad quinque; erit cō uertendo, diuidendóq; a z, hoc est i z ad z d, ut tria ad duo: & rursus diuidendo i d ad d z, ut unum ad duo. erat autem z d ad d a, hoc est ad d l, ut duo ad quinque. ergo ex æquali, conuertendóq; l d ad d i, ut quinque ad unum: & per conuersionem rationis d l ad l i, ut quinque ad quatuor. sed d z ad d l erat, ut duo ad quinque. ergo rursus ex æquali d z ad l i, ut duo ad quatuor. dupla est igitur l i ipsius d z. quod demonstrandum fuerat.*

Q Et a d ad d i eam proportionem habet, quā quinque ad

ad unum.] *Hoc nos proxime demonstrauimus.*

Demonstratum est enim superius portionem cuius axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat &c.] *Illud uero demonstrauit in quarta propositione huius libri.* R

I I.

Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum, adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet; ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat; & axis cum humidi superficie angulum faciat maiorem angulo χ. A

I I I.

Si portio ad humidum in grauitate, eam habeat proportionem, quam quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet, & manebit ita, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum superficie humidi angulũ faciat angulo χ æqualẽ. Quòd si portio ad humidum in grãuitate eam proportionem habeat, quam quadratum p f ad

quadratum b d; in humidum demiſſa, & poſita inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet inclinata, ita ut baſis in unō puncto humidi ſuperficiem contingat: & axis cū ea faciat angulum angulo φ æqualem.

IIII.

B Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum; in humidum demiſſa, & inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum conſiſtet, & manebit ita, ut baſis in humidum magis demergatur.

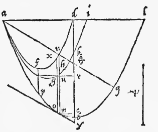
V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: demiſſa in humidum, & poſita inclinata adeo ut baſis ipſius non contingat humidum: conſiſtet inclinata, ita ut axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo φ: & baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonſtrabuntur.

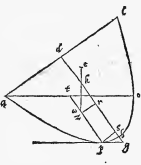
DEMON

DEMONSTRATIO SECVNDAE PARTIS.

ITAQVE primum habeat portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm qua dratum x o ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum, quod fit ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eã habeat quadratum, quod fit à linea ♃ ad quadratum b d: erit ♃ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm excessus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. aptetur quædam recta linea m n conicis sectionibus a m q l, a x d interiecta, ac media, quæ lineæ ♃ sit æqualis; secetq; reliquã coni sectionem in puncto h; & rectam lineam r g in n. demõstrabitur m h dupla ipsius h n, sicuti demonstratum est o g ipsius g x duplam esse. à puncto autẽ m ducatur m y contingens sectionem a m q l in m: & m c ad b d perpendicularis. postea ducta a n, & producta ad q lineæ a n, n q inter se æquales erunt. quoniã enim in similibus portionibus a m q l, a x d ductæ sunt à basibus ad portiones lineæ a q, a n, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d. æqualis est ergo a n ipsi n q; & a q



G ipſi my æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamq; adeo, ut baſis ipſius nõ contingat humidum, inclinatam conſiſtere ita, ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat: & axis cum ca ſaciat angulum angulo χ maiorem. Demittatur enim in humidum, conſiſtatq; ita, ut baſis ipſius in uno puncto cõtingat humidi ſuperficiem: & ſecta ipſa portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto; ſuperficiei quidẽ portionis ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit a o: axis autem portionis, & ſectionis dia-
H meter b d: & ſecetur b d in punctis k r, ut dictum eſt: ducatur etiam p g æquidiſtans ipſi a o, quæ ſectionem a p o l contingat in p: atque ab eo puncto ducatur p t æquidiſtãs ipſi b d; & p s ad b d perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratũ, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: quã uero proportionem habet portio ad humidũ, eandem pars ipſius, demerſa habet ad totã portionẽ: & quam pars demerſa ad totam, eandem habet quadratum t p ad b d quadratum: erit linea ψ æqualis



ipſi t p. quare & lineæ m n, p t; itemq, portiones a m q,
K a p o inter ſe ſunt æquales. Quòd cum in portionibus

æqua

æqualibus, & ſimilibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ductæ ſint a o, a q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b, & b c, b s inter ſe æquales erunt. quare & ipſæ c r, ſ r: & m u, p z: & u n, z t. Quo- L
niam igitur m u minor eſt, quàm dupla u n; conſtat p z ipſius z t minorem eſſe, quàm duplam. Sit p ω dupla ipſius ω t: & iuncta ω k ad e producatur. ergo totius quidem portionis centrum grauitatis erit puntum *k*; partis eius, quæ in humido eſt, centrum ω; eius uero, quæ extra humidum in linea k e, quod ſit e. Sed linea k z perpendicularis erit ad ſuperficiem humidi. quare & lineæ quæ per puncta e, ω, æquidiſtantes ipſi *k* z ducuntur. non ergo manebit por- M
tio, ſed reuoluetur ita, ut baſis ipſius ſuperficiem humidi nullo modo contingat: quoniã nunc in uno puncto contingens, ſurſum fertur ex parte a. perſpicuum eſt igitur por- N
tionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.

COMMENTARIVS.

Si portio ad humidum in grauitate minorẽ proportio- A
nem habeat, quàm quadratum s b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum.] *Hæc eſt ſecunda pars propoſitionis, quam aliæ deinceps, poſtea ipſarum demonſtrationes eodem ordine ſequuntur.*

SI portio ad humidum in grauitate maiorem quidem B
proportionẽ habeat, quàm quadratũ f p ad quadratũ b d.] *Hãc quartã partẽ nos reſtituimus, quæ ĩ trãſlatione deſiderabatur.*

Erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm ex- C
ceſſus, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem,] *Sequitur illud ex decima quinti libri elementorum.*

Demonſtrabitur m h dupla ipſius h n, ſicuti demonſtra D
tũ eſt o g ipſius g x duplam eſſe.] *Vt in prima parte huius, & ex iis, quæ nos proxime in ipſam conſcripſimus.*

Quoniam enim in ſimilibus portionibus a p o l, a x d, E

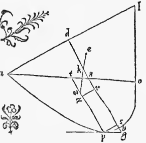
ductæ sint à basibus ad portiones lineæ a n, a q, quæ angulos æquales continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d.] *Hoc nos supra demonstrauimus.*

F Aequalis est ergo a n ipsi n q.] *Cum enim q a ad a n sit, ut l a ad a d; diuidendo, conuertendoq; erit a n ad n q, ut a d ad d l. est autem a d æqualis ipsi d l, quoniam d b ponitur diameter*
14. quinti *portionis. ergo & a n ipsi n q est æqualis.*

G Et a q ipsi m y æquidistans.] *Ex quinta secundi libri conicorum Apollonij.*

H Et secetur b d in punctis κ r, ut dictum est.] *In prima parte huius propositionis. secetur autem in K ita, ut b k sit dupla ipsius k d; & in r, ut Kr sit æqualis ei, quæ usque ad axem.*

K Quòd cũ in portionibus æqualibus, & similibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ductæ sint a o, a q, ita ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales: & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b inter se æquales erũt.] *Secet linea a q diametrum d b in θ, & a o secet in ν. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ducũtur a o, a q, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus: & anguli ad d utrique sunt recti: erũt & reliqui a ν d, a θ d inter se æquales. linea autem p g æquidistat lineæ a o: itemq; m y ipsi a q: & p s, m c ipsis a d. triagula igitur p g s, m y c triagulis a ν d a θ d, atque inter se*



4. sexti. *sunt similia: & ut a d ad a ν, ita a d ad a θ: & permutando. lineæ*

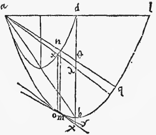
neæ autem a d inter se æquales sunt. ergo & ipsæ a ν, a θ. Sed sunt æquales a o, a q: & earum dimidiæ a t a n. ergo & reliquæ t ν, n θ; hoc est p g, m y. ut autem p g ad g h, ita m y ad y c; & permutando, ut p g ad m y, ita g s ad y c. quare g s, y c æquales sunt: & ipsarum dimidiæ b s, b c: ex quibus sequitur ut & reliquæ s r, c r: & idcirco p z, m u & u n, z t inter se sunt æquales. 34. primi

Quoniam igitur m u minor est, quàm dupla u n.] *Est enim m h ipsius h n dupla, & m u minor ipsa m h. ergo m u minor est, quàm dupla h n; & multo minor, quàm dupla ipsius u n.* L

Non ergo manebit portio, sed reuoluetur, ita ut basis ipsius humidi superficiem nullo modo contingat. quoniam nunc in uno puncto contingens sursum fertur ex parte a.] *Translatio sic habet. non ergo manet portio sed inclinabitur, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tacta ipsa reclinatur. Quæ nos ex aliis Archimedis locis, & perspicuitatis caussa in eum modum corrigenda duximus. In sexta enim propositione huius ita scribit, ut habetur in translatione. reuoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nō tanget superficiem humidi secundum unum signum. Rursus in septima propositione. manifestum igitur, quòd reuoluetur solidum ita ut basis ipsius nec secundum unum signum contingat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tangens deorsum fertur ex parte l. At uero portionem sursum ferri ex parte a manifeste constat. nam cum perpendicularis ad superficiem humidi, quæ transit per ω ad partes a cadat, & quæ per e ad partes l, necesse est ut centrum ω sursum, e uero deorsum feratur.* M

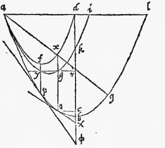
Perspicuum est igitur portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.] *Iuncta enim a x producatur, ut diametrum b d secet in λ, & ab o puncto ipsi æquidistans ducatur o χ. continget ea sectionem in o, ut in prima figura: atque erit angulus ad χ angulo ad λ æqualis. Sed angulus ad y æqualis est angulo ad θ: & angulus a θ d maior angulo a λ d; quod extra ipsum cadat. ergo angulus ad y eo, qui ad χ maior erit.* N 29. primi 16. primi

Quoniam igitur portio conuertitur, ita ut basis humidum non contingat, axis cum superficie eius faciet angulum maiorem angulo g; hoc est angulo y: & propterea multo maiorem angulo χ.



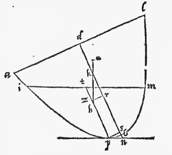
DEMONSTRATIO TERTIAE PARTIS.

HABEAT deinde portio ad humidum eam in grauitate proportionem, quam quadratũ x o habet ad quadratum b d: & in humidum demittatur adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum. Secta aũt ipsa per axem plano ad humidi superficiem recto, solidi sectio sit rectanguli coni sectio a p m l: superficiei humidi sectio sit i m: axis portionis, & sectionis diameter b d: secetur q; b d sicuti prius: & ducatur p n quidem

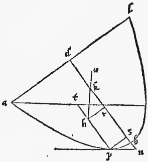


ipsi

ipſi i m æquidiſtãs, & contingens ſectionem in p; p t uero æquidiſtans b d, & p s ad ipſam b d perpendicularis. Demõſtrandũ eſt, portionẽ non cõſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi cõtingat. Maneãt enim eadem, quæ in ſuperiori figura: ducaturq; o c ad b d perpendicularis: & iuncta a x ad q producatur. erit a x æqualis ipſi x q. deide ducatur o χ ipſi a q æquidiſtãs. Quoniã igitur portio ad humidũ cã in grauitate proportionẽ habere ponitur, quam quadratum x o ad quadratum b d: & eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d: æqualis uti que erit t p ipſi x o: cumq; portionum i p m, a o q diametri ſint æquales, & portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus B
C
quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l, ductæ ſunt lineæ a q, i m, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: cõſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutũ cum diametro totius portionis. & quoniam angulus, qui ad χ minor eſt angulo, qui ad n; maior erit b c, quàm b s: c r autem, quàm ſ r minor. quare & o g minor, quàm p z: & g x maior, quàm z t. ergo p z maior eſt, quàm dupla z t; D



quia o g ipsius g x est dupla. Sit p h dupla h t: & iunctâ h k ad ω producatur. erit totius quidem portionis centrum grauitatis k; partis eius, quæ intra humidum h; eius uero, quæ extra humidum in linea k ω, quod sit ω. Itaque demonstrabitur similiter & k z ad humidi superficiem perpẽdicularis, & quæ per puncta h ω æquidistantes ipsi k z ducuntur. quare nõ manebit portio, sed inclinabitur, donec basis ipsius in uno pũcto contingat superficiem humidi: atque ita consistet. nam in portionibus æqualibus a o q l, a p m l, ductæ erunt ab extremitatibus basium a q, a m, quæ æquales portiones abscindunt: etenim a o q



E ipsi a p m, ut in superioribus æqualis demonstrabitur. ergo æquales faciunt acutos angulos a q, a m cum diametris basium: quòd anguli ad χ & n æquales sint. quare si ducta h k ad ω producatur, erit totius portionis grauitatis centrum k; partis eius, quæ in humido h; at eius, quæ extra humidum in linea h κ; quod sit ω: & h k ad humidi superficiem perpendicularis. per easdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido est, sursum, & quod extra humidum deorsum feretur. quare manebit portio, cuius basis humidi superficiem in uno puncto continget: & axis cum

F ipsa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonstrabitur

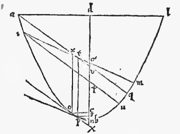
ſtrabitur portionem, quæ ad humidum in grauitate eandẽ proportionem habeat, quàm quadratum p f ad quadratũ b d in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius nõ cõtingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat. & axis cum ipſa faciat angulum angulo φ æqualem.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d.] *Ex uigeſima ſexta libri Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus. ergo ex nona quinti erit quadratum t p æquale quadrato x o: & propterea linea t p lineæ x o æqualis.* A

Et portiones ipſæ æquales erunt.] *Ex uigeſima quinta eiuſdem libri.* B

Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l.] *In portione enim a p m l deſcribatur portio a o q æqualis portioni i p m, cadet punctum q infra m, alioqui totum parti eſſet æquale. Ducatur deinde i u æquidiſtans a q,* C

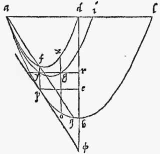


qua diametrum secet in ψ; secet autem i m eandem in σ: & a q in υ. Dico angulum a υ d angulo i σ d minorē esse. angulus enim i ψ d
29. primi *æqualis est angulo a υ d. sed angulus interior i ψ d minor est exte-*
16. primi *riore i σ d. ergo & a υ d ipso i σ d minor erit.*

D Et quoniam angulus, qui ad χ minor est angulo, qui ad n.] *Ducantur per o duæ lineæ, o τ quidem ad diametrum b d perpendicularis: & o χ in puncto o sectionem contingens, quæ diame*
5. secũdi conicorũ *trum secet in χ. æquidistabit o χ ipsi a q: atque erit angulus ad*
29. primi. *χ æqualis ei, qui ad υ. ergo angulus ad χ angulo ad σ, uidelicet eo,*
35. primi *qui ad n minor erit: & propterea χ infra n cadet. linea igitur χ b*
conicorũ *maior est, quàm n b. Sed cum b c sit æqualis χ b, & b s ipsi n b: erit b c ipsa b s maior.*

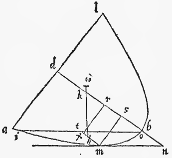
E Ergo æquales faciunt angulos a q, a m cum diametris portionum.] *Hoc demonstrabimus ut in commentarijs in secundam partem.*

F Similiter demonstrabitur, portionem, quæ ad humidũ in grauitate eandem proportionem habeat, quã quadratum p f ad quadratũ b d; in humidum demissam, ita ut basis ipsius non cõtingat humidum, inclinatam consistere adeo, ut basis in uno pũcto humidi superficiem cõtingat: & axis cũ ipsa faciat angulũ angulo φ æqualē]



Habeat portio ad humidum in grauitate proportionem eam, quam p f quadratum ad quadratum b d: & demissa in humidum adeo inclinata,

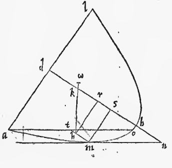
clinata, ut basis humidum non contingat, secetur plano per axem, recto ad superficiem humidi, ut sectio sit a m o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit i o: axis portionis, & sectionis diameter b d; quæ in easdem, quas diximus, partes secetur: ducaturq; m n quidem ipsi i o æquidistans, ut in puncto m sectionem cõtingat: m t uero æquidistans ipsi b d: & m s ad eandem perpendicularis. Demonstrandum est non manere portionem, sed inclinari ita, ut in uno puncto contingat superficiem humidi. ducatur enim p c ad ipsam b d perpendicularis: & iuncta a f usque ad sectionem producatur in q: & per p ducatur p φ ipsi a q æquidistans. erunt iam ex ijs, quæ demonstrauimus a f, f q inter se se æquales. & cum portio ad humidum eam in grauitate proportionem habeat, quã quadratũ p f ad b d quadratum: atque eandem habeat portio ipsius demersa ad totam portionem; hoc est quadratũ m t ad quadratũ b d: erit quadratum m t quadrato p f æquale: & idcirco linea m t æqualis lineæ p



9.quinti.

f. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p q l, a m o l ductæ sunt lineæ a q, i o, quæ æquales portiones abscindunt; illa quidem ab extremitate basis; hæc uero non ab extremitate: sequitur ut a q, quæ ab extremitate ducitur, minorem acutum angulũ contineat cum diametro portionis, quàm ipsa i o. Sed linea p φ lineæ a q æquidistat, & m n ipsi i o. angulus igitur ad φ angulo ad n

minor erit: linea uero b c maior, quàm b s: & s r; hoc est m χ maior, quàm c r, hoc est, quàm p y: & propterea χ t minor, quàm y f. quòd cum p y sit dupla y f, erit m χ maior, quàm dupla y f; & multo maior, quàm dupla χ t. fiat m h dupla ipsius h t: & copulata h k producatur. Iam grauitatis centrum totius portionis erit punctum K: *eius, quæ in humido est, h: at reliquæ partis, quæ extra humidum in linea h k producta; quod sit ω. eodemmodo demonstrabitur, & lineam k h, & quæ per h ω puncta ipsi k h æquidistantes ducuntur, ad humidi superficiem perpendiculares esse. non igitur manebit portio, sed cum usque eò inclinata fuerit, ut in uno puncto contingat superficiē humidi, tunc consistet. angulus enim ad n angulo ad φ æqualis erit; lineáq; b s lineæ b c; & s r ipsi c r. quare & m h ipsi p y est æqualis. Itaque ducta h k producatur.*

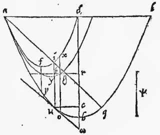


erit totius portionis grauitatis centrum K; *eius, quæ in humido est h; & reliquæ partis centrum in linea producta; sit autem ω. per eandem igitur rectam lineam k h, quæ est ad humidi superficiem perpendicularis, id quod in humido est sursum; & quod extra humidum deorsum feretur. atque ob hanc caussam portio non amplius mouebitur; sed consistet, manebitq; ita, ut eius basis superficiem humidi in uno puncto contingat; & axis, cum ipsa angulum faciat æqualem angulo φ. atque illud est, quod demonstrare oportebat.*

DEMON

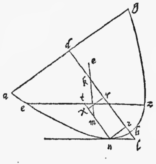
DEMONSTRATIO QVARTAE PARTIS.

HABEAT rursum portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d. erit ψ maior, quàm f p, & minor, quàm x o. aptetur ergo quædam recta linea i u inter portiones a u q l, a x d interiecta, quæ sit æqualis ψ, & ipsi b d æquidistans: occurratq; reliquæ sectioni in y. rursus u y dupla ipsius y i demonstrabitur, sicuti demonstrata est o g ipsius g x dupla. ducatur autem ab u linea u ω, quæ sectionem a u q l in u contingat: & iuncta a i ad q producatur. eodem modo ostendemus lineam a i ipsi i q æqualem esse: & a q ipsi u ω æquidistantem. Demonstrãdum est portionem in humidum demissam, iclinatãq; adeo, ut basis ipsius non contingat humidũ, ita consistere, ut basis in humidũ magis demergatur quàm ut in uno puncto eius superficiem cõtingat.



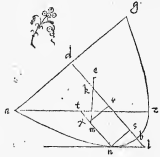
Demittatur enim in humidum, ut dictum est; & iaceat primo sic inclinata, ut basis nullo modo contingat superficiem humidi. secta autem ipsa plano per axem ad humidi

superficiem recto, sit portionis sectio a n z g; superficiei humidi e z: axis portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d in punctis k r, sicuti prius; & ducatur n l quidem ipsi e z æquidistans; quæ contingat sectionē a n z g in n; & n t æquidistans ipsi b d; n s uero ad b d perpē dicularis. Itaq;



quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: erit ψ ipsi n t æqualis: quod similiter demonstrabitur, ut superius. quare & n t est æqualis ipsi u i. portiones igitur a u q, e n z inter se sunt æquales. Et cum in æqualibus, & similibus portionibus a u q l, a n z g ductæ sint a q e z, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate basis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate basis ducitur. At triangulorum n l s, u ω c angulus ad l angulo ad ω maior est. ergo b s minor erit, quam b c: & f r maior, quàm c r: ideoq; n χ maior, quam u h; & χ t minor, quàm h i. Quoniam igitur u y dupla est ipsius y i; constat n χ maiorem esse, quàm duplā χ t. Sit n m dupla ipsius m t. perspicuū est ex iis, quæ dicta sunt, non manere portionē, sed inclinari, donec eius basis contingat superficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura

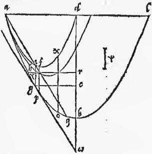
gura: & alia eadem disponantur demonstrabimus rursum n t æqualem esse ipsi u i : & portiones a u q, a n z inter se se æquales. Itaque quoniã ĩ portionibus æqualibus, & similibus a u q l, a n z g ductæ sũt a q, a z, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos cõtinebũt. ergo triangulo rum n l s, u ω c anguli, qui cõsistũt ad l ω pũcta, æquales sunt: & b s recta linea æqualis ipsi b c: s r ipsi c r, n χ ipsi u h: & χ t ipsi h i. quòd cum u y dupla sit ipsius y i, erit n χ maior, quàm dupla χ t. Sit igitur n m ipsius m t dupla. Rursus ex his manifestum est, non manere ipsam portionem; sed inclinari ex parte a: ponebatur autem portio humidi superficiem in uno puncto contingere. ergo necesse est, ut eius basis in humidum magis demergatur.



DEMONSTRATIO QVINTAE PARTIS.

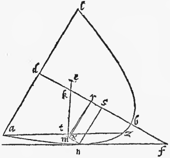
HABEAT denique portio ad humidum in grauitate minorem proportionem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidũ in grauitate, eandem quadratum, quod fit à linea ↓ habeat ad quadratum b d. erit ↓ minor ipsa p f. Rursus aptetur

quædam recta linea g i, sectionibus a g q l, a x d interiecta, & ipsi b d æquidistans; quæ mediam coni sectionem in puncto h, & rectam lineam r y in y secet. demonstrabitur g h dupla h i, quemadmodum demonstrata est o g ipsius g x dupla. ducatur postea g ω contingens a g q l sectionem in g: & g c ad b d perpendicularis: iunctaq; a i producatur ad q. erit ergo a i æqualis i q: & a q ipsi g ω

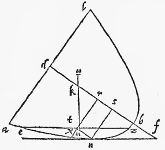


æquidistans. Demonstrandū est portionē in humidū demissam, inclinatamq; adeo, ut basis ipsius non cōtingat humidū, consistere inclinatā ita, ut axis cum superficie humidi angulum faciat minorem angulo φ: & basis humidi superficiem nullo modo contingat. Demittatur enim in humidum; & consistat ita, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi. secta autem portione per axem, plano ad humidi superficiem recto, sit portionis sectio a n z l rectanguli coni sectio: superficiei humidi a z: axis autē portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d in punctis K r, ut superius dictum est: & ducatur n f quidem ipsi a z æquidistans, & contingens coni sectionem in pūcto n; n t uero æquidistans ipsi b d: & n s ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in grauitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à ψ ad

ad quadratum b d: & quam habet portio ad humidum in grauitate, eandem quadratum n t habet ad b d quadratũ, ex iis, quæ dicta sunt: constat n t lineæ ψ æqualem esse. quare & portiones a n z, a g q sunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a g q l, a n z l, ab extremitatibus basiũ ductæ sunt a q, a z, quæ æquales portiões abscindunt: perspicuum est angulos facere æquales cum portionum diametris: & triangulorum n f s, g ω c, angulos, qui ad f ω æquales esse: itemque æquales inter se, s b, c b; & s r, c r, quare & n χ, g y æquales: & χ t y i. cũq; g h dupla sit ipsius h i, erit n χ minor, quàm dupla ipsius χ t. Sit igitur n m ipsius m t dupla: & iuncta m K protrahatur ad e. Itaque centrum grauitatis totius erit punctum K: partis eius, quæ est in humido, punctũ m: eius autem, quæ extra humidum in linea protracta, quod sit c. ergo ex proxime demonstratis patet, nõ manere portionem, sed inclinari adeo, ut basis nullo modo superficiẽ humidi contingat. At uero portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo φ minorem, sic demonstrabitur. consistat enim, si fieri poteſt, ut non faciat angulum minorem angulo ρ: & alia eadem disponantur; ut in subiecta figura. eodem modo demonstra



bimus n t æqualem esse ψ, & propterea ipsi g i. & quoniam triangulorum p φ c, n f s angulus f non est minor angulo φ, non erit b f maior, quam b c. ergo neque s r minor, quàm c r: neque n χ minor, quàm p y. Sed cum p f sit maior, quàm n t: sitq; p f sesquialtera p y: erit n t minor, quàm sesquialtera n χ: & idcirco n χ maior, quã dupla χ t. sit autẽ n m dupla m t: & iuncta m K producatur. constat igitur ex iam dictis non manere portionem; sed reuolui ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo φ minorem.



FINIS LIBRORVM ARCHIMEDIS DE IIS, QVAE IN AQVA VEHVNTVR.